

Uso das Distribuições Erlang e Exponencial para Simular uma Fonte Radioativa Isotrópica no Solo

V. Leal Neto^{1,2}, J. W. Vieira^{2,3,4}, F. R. A. Lima⁴

¹*Departamento de Energia Nuclear, Universidade Federal de Pernambuco, 50740-540, Recife-PE, Brasil*

²*Centro Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco, 50740-540, Recife-PE, Brasil*

³*Escola Politécnica de Pernambuco, 50750-470, Recife-PE, Brasil*

⁴*Centro Regional de Ciências Nucleares, 50740-540, Recife-PE, Brasil*

viriatoleal@yahoo.com.br

(Recebido em 23 de julho de 2008; aceito em 31 de agosto de 2008)

O uso de funções de distribuição de probabilidade (FDP) para descrever a sistemática de avaliação da dose absorvida em regiões de uma dada geometria submetida a fontes de radiações ionizantes é prática usual em dosimetria numérica. Um arranjo para abordar este tipo de problema no computador deve prever alguns estágios: o estado inicial das partículas que compõem a fonte radioativa, o transporte destas nos meios que compõem a geometria irradiada, a interação da radiação com a matéria e, por fim, a avaliação da energia depositada nas regiões de interesse. Este trabalho é parte de um estudo do Grupo de Dosimetria Numérica que procura adequar FDPs clássicas para a descrição de fontes radioativas. O problema aqui tratado consiste na simulação de uma geometria composta por uma pessoa no centro de uma região plana circular de onde emergem fótons com uma distribuição isotrópica azimutal e com dependência radial não clássica.

Palavras-chave: distribuição de probabilidade, métodos Monte Carlo, dose absorvida, EGS4, fantasmas de voxels

The use of probability distribution functions (PDF) to describe the systematic evaluation of the absorbed dose in regions of a given geometry submitted to ionizing radiation sources is usual practice in numerical dosimetry. An arrangement to approach such problems in the computer must fore see some stages: the initial state of the particles that compose the radioactive source, the transport of these particles in the medium that composes the irradiated geometry, the interaction of radiation with matter, and, finally, the estimated energy deposited in the regions of interest. This paper is part of a study from the *Grupo de Dosimetria Numérica* that aims to adapt FDP classics for the description of radioactive sources. The problem treated here consists of the simulation of a geometry composed of a person in the centre of a plane circular region where photons emerge in an isotropic azimuthal distribution that has non-classic radial dependence.

Keywords: probability distribution function, Monte Carlo methods, absorbed dose, EGS4, voxel phantoms.

1. INTRODUÇÃO

A sistemática de avaliação da distribuição da dose absorvida em regiões de uma dada geometria submetida a fontes de radiações ionizantes é referenciada como modelo computacional de exposição. Os três itens mais importantes neste modelo são o simulador geométrico, o algoritmo para a fonte radioativa e o código Monte Carlo para simular o transporte da radiação através do simulador, sua interação com os átomos do mesmo e avaliar a distribuição de dose absorvida. O Grupo de Pesquisa em Dosimetria Numérica (GDN/CNPq) já desenvolveu diversos modelos computacionais de exposição [1, 2, 3] para abordar problemas aplicados em medicina nuclear, acidentes, etc. O problema de irradiar um simulador geométrico utilizando um algoritmo para gerar o estado inicial das partículas é puramente estatístico e quase sempre resulta em obter uma FDP apropriada para descrever este estado. As variáveis que compõem o estado inicial, independente do tempo, a ser implementado pelo algoritmo são a energia da partícula, sua posição inicial (x, y, z) e a direção inicial de vôo ($\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$). Em 2006, Leal Neto e colaboradores desenvolveram um algoritmo para descrever uma fonte de radiação gama no solo. A FDP que descreve analiticamente este problema não é inversível e o problema, na época, foi resolvido utilizando-se o método da rejeição. Nessa abordagem, uma

distribuição exponencial foi sobreposta à FDP do problema. Usando a mesma metodologia empregada no problema da distribuição da radiação gama no solo, neste trabalho é utilizada a FDP Erlang para simular geometrias compostas por uma pessoa no centro de uma região plana circular de onde emergem fótons com a mesma distribuição estudada em [4]. Este problema teórico pode ser ajustado para simular casos reais ocorridos nas rotinas de física médica, por exemplo, um acidente em que o técnico ao manusear material radioativo, deixa cair o recipiente. Para completar o modelo computacional de exposição foram usados o fantoma de voxels MAX (Male Adult voXel) [5] e o código Monte Carlo EGS4 [6]. Os resultados, organizados em tabelas e gráficos no formato de coeficientes de conversão (CCs) entre dose equivalente e kerma no ar, foram comparados com similares da literatura.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

A figura 1 mostra a geometria do problema aqui abordado: uma pessoa em pé no centro de uma região uniformemente contaminada com raio limiar, $r = r_{max}$, que é um limite de corte radial adotado no modelo para separar fótons úteis. O semicírculo que envolve a pessoa delimita a seção de interesse usada na dedução da expressão matemática para a distribuição de fótons na superfície cilíndrica que envolve a pessoa.

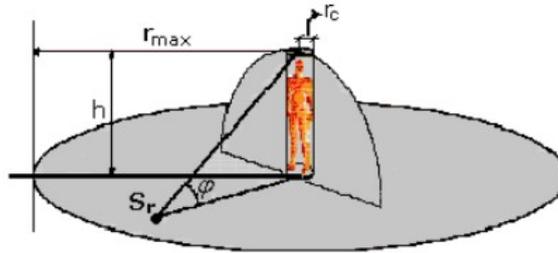


Figura 1: Geometria da região usada na simulação da fonte.

Para obter uma FDA do problema ilustrado na figura 1, é necessário sortear fótons emergentes de dentro do círculo de raio r_{max} e fora de um círculo de raio r_c (raio do cilindro que envolve a pessoa), que atinjam a superfície cilíndrica de altura h e raio r_c . Foi estabelecido no desenvolvimento, que:

$$\begin{cases} r_c = 20 \text{ cm} \\ r_{max} = 2000 \text{ cm} \end{cases}$$

Um fóton pertencente à distribuição a ser deduzida emerge de um ponto S_r e deve atingir o semicírculo de raio h , podendo ainda ser rejeitado se não atingir a superfície do cilindro de raio r_c . Cada ponto S_r obtido é função da distância radial r e de um ângulo θ , uniformemente distribuído entre 0 e 2π . A figura 2 mostra que um fóton útil emergente de uma fonte pontual S_r deve viajar sob um ângulo $0 \leq \varphi(r) < \pi/2$. Para conseguir isto, a região circular da fonte é separada em duas: a região $0 \leq r \leq r_c$ e a região $r_c < r \leq r_{max}$.

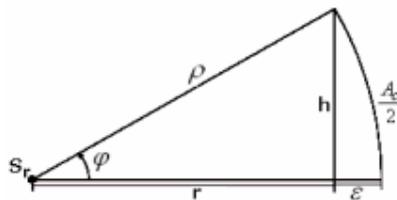


Figura 2: Variáveis usadas na dedução da fórmula da distribuição $Y = Y(r)$.

Em $0 \leq r \leq r_c$, região sob o cilindro contendo o fantoma, sorteia-se r uniformemente. A figura 2 mostra, também, as variáveis que foram usadas para a dedução da **função de distribuição**

acumulada de fótons, $Y = Y(r)$, na região $r_c < r \leq r_{max}$, que partem de S_r e atingem o semicírculo mostrado na figura 1.

Assim, a **função de distribuição acumulada** $Y(r)$, que dá a probabilidade para que fótons emergentes da região do solo onde $r_{cy} < r \leq r_{max}$ atinjam a meia calota da figura 2, é dada por [4]:

$$Y(r) = \frac{1}{C_{max} - C_{min}} \left[r^2 - r\sqrt{r^2 + h^2} + h^2 \ln\left(r + \sqrt{r^2 + h^2}\right) - C_{min} \right] \quad (1)$$

Onde $\begin{cases} C_{min} = r_c^2 - r_c\sqrt{r_c^2 + h^2} + h^2 \ln\left(r_c + \sqrt{r_c^2 + h^2}\right) \\ C_{max} = r_{max}^2 - r_{max}\sqrt{r_{max}^2 + h^2} + h^2 \ln\left(r_{max} + \sqrt{r_{max}^2 + h^2}\right) \end{cases}$.

A altura do fantoma MAX é $h = 175,32$ cm [5]. Usando $r_c = 20$ cm e $r_{max} = 2000$ cm, tem-se:

$$\begin{cases} C_{min} = 159176,4 \\ C_{max} = 239654,8 \end{cases}$$

A função densidade de probabilidade (FDP) pode ser determinada por $y(r) = \frac{dY(r)}{dr}$.

Derivando (1) em função de r , obtém-se:

$$y(r) = \frac{2}{C_{max} - C_{min}} \left(r - \frac{r^2}{\sqrt{r^2 + h^2}} \right) \quad (2)$$

A figura 3 mostra o comportamento de $y(r)$ no domínio definido.

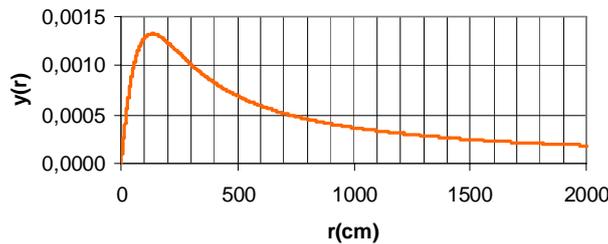


Figura 3: Gráfico da FDP problema

A expressão (2) e o seu gráfico indicam que a FDP é assimétrica e não inversível. Uma escolha comum para representar distribuições contínuas que são assimétricas é utilizar a distribuição Gama. Neste problema, ela não apresentou um ajuste razoavelmente próximo ao mostrado na figura 3. Contudo, foi possível fazer tal ajuste usando uma combinação da distribuição Erlang (distribuição Gama generalizada), dada por [7],

$$f_c(z) = \begin{cases} \frac{a^b z^{b-1}}{(b-1)!} e^{-az}, & \text{para } z \geq 0 \\ 0, & \text{para } z < 0 \end{cases} \quad (3)$$

com uma distribuição Exponencial, dado por [7],

$$f_D(z) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda z}, & \text{para } z \geq 0 \\ 0, & \text{para } z < 0 \end{cases} \quad (4)$$

Os parâmetros modelados para $f_c(z)$ ($C =$ crescente) foram $a = 1/225$ e $b = 2$. Com estes parâmetros foi possível ajustar a parte crescente da distribuição, como mostrado na figura 4. A

parte decrescente foi ajustada utilizando-se $f_D(z)$ ($D =$ decrescente), com o parâmetro $\lambda = 0,0017$.

A partir de então foi utilizada a técnica Monte Carlo de amostragem por rejeição.

Para fazer a amostragem recorreu-se a **Técnica Monte Carlo de Rejeição** [8]. Ela é utilizada para facilitar a amostragem FDPs que não são inversíveis e, portanto, apresentam uma considerável complexidade. A FDP problema dada por (5) para r e h , em metros, fica:

$$Y(r) = 0,000026 \left(r - \frac{r^2}{\sqrt{r^2 + 175,32^2}} \right) \quad (5)$$

Foi construído o gráfico mostrado na figura 4, onde se apresentam os gráficos obtidos com a expressão (5) que apresenta o perfil da função problema e o gráfico construído com (3) e (4) para os ajustes das funções Erlang e Exponencial à função problema.

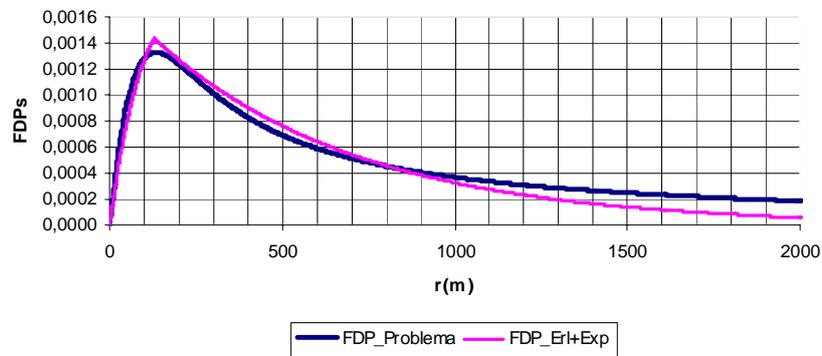


Figura 4: Ajuste dos gráficos para se obter os melhores parâmetros.

Foi utilizado o Microsoft Visual C++.NET 2003 para gerar ocorrências de r segundo a FDP (5), introduzindo no código em C [9] uma **técnica de rejeição** Monte Carlo e as FDPs Erlang e Exponencial com os parâmetros determinados a partir da figura 4. A figura 5 mostra o perfil das histórias aceitas durante a simulação. O processo de simulação levou em conta este número de histórias que no caso foram 50000.

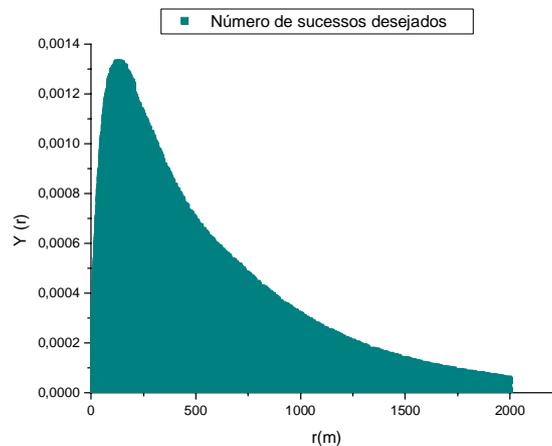


Figura 5: Técnica Monte Carlo de rejeição usando as distribuições Erlang e Exponencial.

Após a verificação que as FDPS se aproximaram dos objetivos, adaptou-se o código em C utilizado na amostragem para o MORTRAN (Código utilizado pelo EGS4) e compilou-se em FORTRAN. Então, foi criado o executável MaxSolo a fim de obter as interações para 19 energias em keV: 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 100, 150, 200, 300, 500, 1 000, 2 000, 3 000, 6 000, 10 000, com um total de 2×10^7 fótons simulados para cada. Foi obtida desta forma a energia depositada em cada voxel do fantoma e, conseqüentemente, os CCs para dose equivalente por kerma no ar para os principais órgãos e tecidos radiosensíveis.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os arquivos de saída das simulações realizadas trazem impressos os CCs em função da energia do fóton para os órgãos e tecidos radiosensíveis. Estes arquivos também trazem impressos os CCs para a dose efetiva por kerma no ar.

As figuras 6 e 5 mostram, respectivamente, o resultado gráfico para a dose efetiva e para a tireóide, um órgão com massa de 20 g e fator de peso 5% [10].

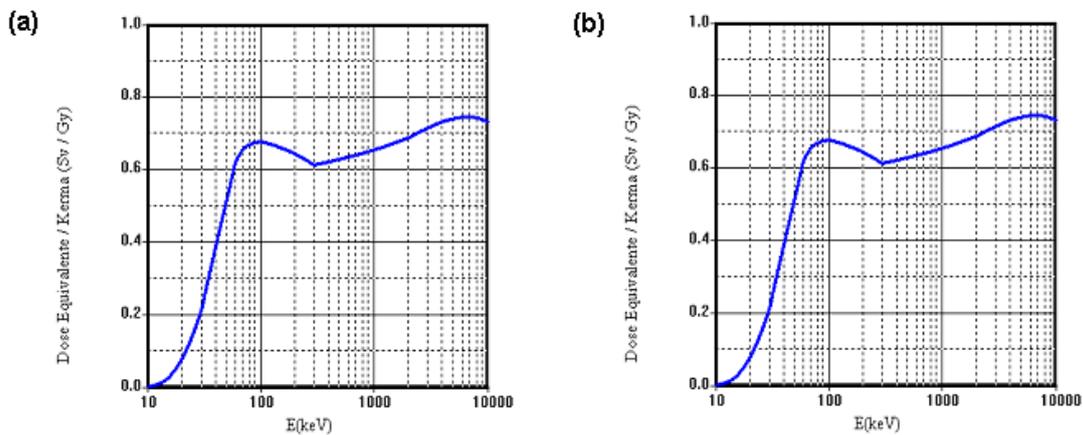


Figura 6: CCs da dose efetiva por kerma no ar: (a) 10^7 e (b) 2×10^7 histórias.

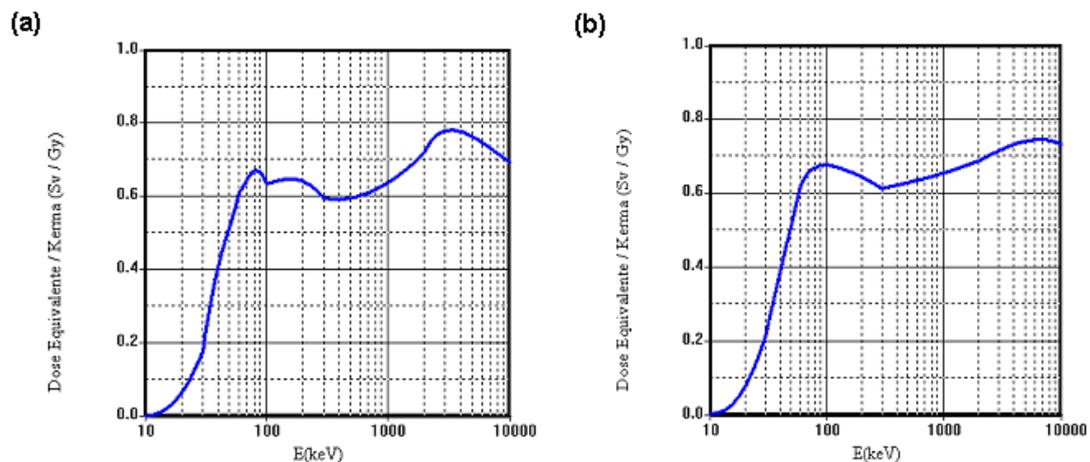


Figura 7: CCs da dose equivalente na tireóide por kerma no ar: (a) 10^7 e (b) 2×10^7 histórias.

A curva para a dose efetiva é típica para fontes radioativas externas (figura 6). Já a curva para a dose equivalente na tireóide (figura 7), além de mostrar o comportamento das interações em função da energia, também apresenta as flutuações típicas para pequenos volumes. Comparando-se as figuras 7(a) e 7(b), verifica-se que para correção das flutuações basta simular

um número maior de fótons. Neste caso, foi suficiente dobrar o número de histórias para baixar o coeficiente de variância para a tireóide de 9,55 para 2,05%.

4. CONCLUSÃO

Neste artigo foi apresentado um algoritmo para simulação de uma fonte radioativa planar, que pode ser adaptado na modelagem de acidentes envolvendo trabalhadores de clínicas e hospitais desde que se faça um estudo preliminar sobre a função de distribuição. O algoritmo foi inserido no modelo computacional MAX/EGS4 e foram obtidos alguns resultados dosimétricos similares aos publicados em outros trabalhos.

-
1. VIEIRA J. W. *Construção de um modelo computacional de exposição para cálculos dosimétricos utilizando o código monte carlo egs4 e fantomas de voxels*, Tese de Doutorado, DEN-UFPE, Recife-PE, Brasil (2004).
 2. SANTOS, A. M. *Desenvolvimento de um modelo computacional para cálculos de dose absorvida em órgãos e tecidos do corpo humano nas situações de exposições acidentais*, Tese de Doutorado, DEN-UFPE, Recife-PE, Brasil, 2006.
 3. PEIXOTO, P. H. R. *Desenvolvimento de um modelo computacional para Cálculos dosimétricos em ratos, tese de doutorado*, Tese de Doutorado, DEN-UFPE, Recife-PE, Brasil, 2008.
 4. LEAL NETO V.; VIEIRA, J. W.; STOSIC, B.; LIMA, F. R. de A. *Desenvolvimento computacional de uma fonte radioativa isotrópica no solo utilizando técnicas Monte Carlo de amostragem por rejeição*. In: Primeiro Congresso Americano do IRPA 2006, 2006, Acapulco. Primeiro Congresso Americano do IRPA 2006. Acapulco, 2006
 5. KRAMER R.; VIEIRA J.W.; KHOURY H. J.; LIMA F. R. A.; FUELLE D., All about MAX: a male adult voxel phantom for monte carlo calculations in radiation protection dosimetry., *Phys. Med. Biol.*, 48:1239-1262 (2003)
 6. NELSON W. R.; HIRAYAMA H.; ROGERS D. W. O., The EGS4 code system, Report SLAC-265, Stanford Linear Accelerator Center, Stanford University, Stanford, California (1985).
 7. GONZALEZ R. C.; WOODS R. E., Digital image processing, 2nd ed., Prentice Hall, USA, 2002.
 8. KALOS M. H.; WHITLOCK P. A., Monte carlo methods, Vol. 1, Basics: Wiley & Sons, New York, USA (1986).
 9. SCHILDT, H., C completo e total, Pearson Education do Brasil, p. 827, 3. ed., São Paulo, Brasil, (1997).
 10. ICRP 60, 1990 Recommendations of the International Commission on Radiological Protection, International Commission on Radiological Protection, Pergamon Press, Oxford (1991).