



Aprendizagem interdisciplinar da Astronomia e da Física por meio da bandeira brasileira: considerando habilidades e competências da BNCC

Interdisciplinary learning of Astronomy and Physics through the Brazilian flag: considering BNCC skills and competences

E. F. Santos^{1,2}; S. Scarano Jr^{2*}

¹Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura, 49040-780 – Aracaju-SE, Brasil

²Departamento de Física da Universidade Federal de Sergipe, Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, Polo 11, 49100-000, São Cristóvão-SE, Brasil

* scaranojr@ufs.br

(Recebido em 30 de novembro de 2021; aceito em 02 de julho de 2022)

Relatamos neste trabalho a aplicação de componentes curriculares centrados interdisciplinarmente na aprendizagem da Astronomia e da Física por meio da bandeira brasileira no contexto da participação dos alunos do segundo ano do ensino médio do Colégio Estadual Presidente Juscelino Kubistchek em Sergipe, envolvidos na maior Feira de Ciências da região: a CIENART. Durante a atividade foram contempladas unidades temáticas, objetos de conhecimento, habilidades e competências nas áreas Artes, História, Matemática, Ciências, Geografia e Filosofia além Física e Astronomia conforme os preceitos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Todos os envolvidos tiveram que aprender a articular e multiplicar as aprendizagens decorrentes não apenas no evento, mas no ambiente escolar, de modo a incluir todos que não puderam participar diretamente da feira de ciências.

Palavras-chave: Bandeira do Brasil, BNCC, Astronomia.

In this work we report the interdisciplinary application of some curricular components focused to the learning of Astronomy and Physics through the Brazilian flag during the participation of second-year high school students at Colégio Estadual Presidente Juscelino Kubistchek in Sergipe, involved in the largest Science Fair in region: CIENART. During the activity, thematic units, objects of knowledge, skills and competences in the areas of Arts, History, Mathematics, Sciences, Geography and Philosophy were contemplated, as well as Physics and Astronomy, according to the precepts of the Common National Curriculum Base (BNCC). Everyone involved had to learn how to articulate and multiply the learning resulting not only from the event, but in the school environment, in order to include everyone who could not participate directly in the science fair.

Keywords: Brazilian Flag, BNCC, Astronomy.

1. INTRODUÇÃO

Diversos países representam em suas bandeiras objetos astronômicos como a Lua, o Sol e as estrelas, mas em número de conceitos astronômicos envolvidos em sua concepção a bandeira brasileira se destaca. O círculo azul com as estrelas representa, com a devida liberdade artística, o aspecto do céu (esfera celeste) no momento da Proclamação da República, às 8 horas e 14 minutos (12 horas siderais) do dia 15 de novembro de 1889, como visto na então capital do Brasil: o Rio de Janeiro [1]. Neste momento a constelação do Cruzeiro do Sul encontra-se com o eixo maior na vertical, o que é facilmente identificável na bandeira. Constelações como Triângulo Austral, Cão Maior, Escorpião, Hidra Fêmea, Cão Menor, Virgem, Carina e Oitante também figuram na bandeira. Cada estrela representa um estado da federação e seu tamanho na bandeira respeita aproximadamente o conceito de “grandeza” associado ao brilho das estrelas, sendo que suas posições guardam relação com a sequência geográfica dos Estados. Simbolicamente a estrela Polaris Australis representa, muito apropriadamente, o estado neutro (Distrito Federal), pois ela é a estrela polar do Sul, em torno da qual todas as demais giram. A faixa branca representa artisticamente a região zodiacal a despeito de sua posição relativa com o Escorpião, Procyon e

Spica, que é a estrela acima de tal faixa, indicando que parte do território brasileiro se estende para o hemisfério norte (Figura 1).



Figura 1: Representação da parte da bandeira brasileira que ilustra o céu no momento da Proclamação da República e identificando a associação de cada estrela com um estado brasileiro e o Distrito Federal.

Embora todos estes sejam aspectos focados em conceitos Astronômicos, por este tema perpassam conhecimentos que conversam com muito mais áreas, e com as quais se podem travar estratégias educacionais interdisciplinares, multidisciplinares e transdisciplinares [2].

Os documentos da BNCC [3], antecedidos pelas sugestões Parâmetros Curriculares do Ensino Médio PCN+ [4], embutem nas componentes curriculares, divididas por áreas de conhecimento, habilidades a serem desenvolvidas que mobilizam objetos de conhecimentos a serem trabalhados interdisciplinarmente. Dentro de uma mesma área, como a de Ciências da Natureza e suas Tecnologias, podemos citar no organizador curricular de Sergipe [5], que o professor pode abordar uma temática que envolva as estrelas, trabalhando a habilidade EM13CNT209 [3, 5], mobilizada nas componentes Física, Química e Biologia, para analisar a evolução estelar, associando-a aos modelos de origem e distribuição dos elementos químicos no Universo, compreendendo suas relações com as condições necessárias ao surgimento de sistemas solares e planetários, suas estruturas e composições e as possibilidades de existência de vida, utilizando representações e simulações, com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais (como softwares de simulação e de realidade virtual, entre outros).

Neste contexto, enquanto dentro de uma mesma Área notamos como aspectos estanques multidisciplinares se convertem em interdisciplinares, por sua vez as possibilidades transdisciplinares rompem com as fronteiras entre áreas do conhecimento [2]. Embora as habilidades à primeira vista possam parecer truncadas entre si quando utilizadas, como por exemplo, quando citamos a habilidade EM13CHS101, da área de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas, que visa identificar, analisar e comparar diferentes fontes e narrativas expressas em diversas linguagens, com vistas à compreensão de ideias filosóficas e de processos e eventos históricos, geográficos, políticos, econômicos, sociais, ambientais e culturais. Ela envolve claramente História, Geografia, Sociologia e Filosofia. Curiosamente esta habilidade está relacionada com a Física na habilidade correspondente EM13CNT204, que objetiva elaborar explicações, previsões e cálculos a respeito dos movimentos de objetos na Terra, no Sistema Solar e no Universo com base na análise das interações gravitacionais, com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais (como softwares de simulação e de realidade virtual, entre outros). Apresentamos a seguir um exemplo, dentro do organizador curricular de Sergipe [5], como isso pode ser sistematizado quando assumimos perspectiva dos objetos de conhecimento. Assim,

optando-se por uma temática envolvendo as formas de orientação, a habilidade EM13CHS101, pode mobilizar objetos de conhecimento estudados na Geografia, tal como: coordenadas geográficas, movimentos da Terra e estações do ano. Esta habilidade, pode ser aplicada em consonância com a habilidade EM13CNT204 de Ciências da Natureza e suas Tecnologias, que trabalha objetos de conhecimentos de Física, como: movimentos da Terra e estações do ano, bem como na Biologia, estuda as principais hipóteses e teorias sobre os movimentos de objetos na terra, no sistema solar e no universo.

Explorando estas possibilidades, neste trabalho relatamos uma experiência pedagógica com os alunos da 2ª série do Ensino Médio do Colégio Estadual Presidente Juscelino Kubistchek, para confecção da Bandeira do Brasil na forma de um painel eletrônico interativo, que foi apresentado na IX Feira Científica de Sergipe, durante a Semana de Ciência e Tecnologia de 2019. Este colégio está localizado no Conjunto João Alves Filho em Nossa Senhora do Socorro, SE. Para esta atividade, exploramos diferentes habilidades e competências dos estudantes, perpassando desde a seleção do grupo, divisão de tarefas, elaboração de estratégias, os encontros para materialização do produto, estudo dos conteúdos para apresentação e a efetiva exposição do material no evento. No produto, interruptores acendem LEDs que mostram na bandeira a estrela que representa cada estado e o Distrito Federal à medida que acionado, em cores e brilhos que refletem informações relativas à Astronomia. Em termos interdisciplinares, os alunos tiveram a oportunidade de articularem conhecimentos de Astronomia Básica, Eletrodinâmica, Artes, Geografia, Matemática e História do Brasil.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Fundamentação a partir da BNCC

A execução de um trabalho como proposto pode se beneficiar dos documentos oficiais, sobretudo da Base Nacional Curricular Comum (BNCC) [3], que traz as competências das áreas do conhecimento a serem desenvolvidas por cada componente curricular com suas respectivas habilidades. Essas habilidades são a grande razão de ser do processo educativo como atualmente proposto. É o desenvolvimento delas que vai consentir que o estudante construa seu conhecimento e compreendendo os mecanismos para progredir nos seus estudos, para assim conseguir desenvolver as competências gerais da BNCC. Para cada objeto de conhecimento estabelecido, pelo menos uma habilidade pode ser desenvolvida. Por outro lado, esses objetos de conhecimento estão agrupados em unidades temáticas, de acordo com o que elas representam para cada componente curricular dentro de uma área do conhecimento. O currículo de Sergipe Etapa Ensino Médio, traz o organizador curricular de cada área do conhecimento disposto em grandes tabelas correlacionando unidades temáticas, objetos de conhecimentos e suas competências e as habilidades articuladas. Cada habilidade está relacionada a objetos de conhecimento, ou seja, a conceitos ou procedimentos, que na BNCC, deixa de ser central, passando a ser um meio para que as habilidades sejam desenvolvidas pelos estudantes.

Mantendo a conexão entre novas e velhas terminologias, pode ser mais conveniente iniciar a busca de relevâncias sobre o assunto a ser abordado por meio dos objetos de conhecimento e suas especificações, pois ambas têm relação direta com o termo que nos acostumamos a chamar de “conteúdos”. Eles não são apresentados como principais nesta nova forma de pensar currículos, pois eles passam a ser centrados nas habilidades. Assim, qualquer objeto de conhecimento que mobilize as habilidades em foco torna-se relevantes dentro do contexto pedagógico mais geral. Ao propormos uma abordagem pedagógica envolvendo a participação dos alunos em uma feira de ciência com o tema sobre a bandeira nacional, podemos destacar toda a cadeia de objetos de conhecimento que serão contempladas e assim verificar as habilidades a serem desenvolvidas. Apesar de isto parecer o sentido inverso do foco inicial nas habilidades para então se propor os objetos de conhecimento a serem trabalhados, argumentamos que isto pode ser feito desde que respeitado um pré-requisito: as habilidades têm embutidas nelas o uso de verbos de acordo com a taxonomia de Bloom, de modo que existe uma hierarquia de desenvolvimento sobre elas, das mais básicas às mais sofisticadas. Desde que o processo não fira essa hierarquia, é possível

construir itinerários formativos com temáticas que mobilizem objetos de conhecimento para atingir as habilidades. Esse foi o caminho adotado neste trabalho. Diversas combinações de objetos de conhecimento e habilidades são possíveis, especialmente porque as matrizes curriculares são combinadas com realidades locais. Apresentamos nas Tabela 1 a Tabela 5 exemplos de habilidades contempladas no Currículo Sergipe Ensino Fundamental [5] para alguns componentes curriculares que são beneficiadas neste trabalho e que podem consolidar trabalhos desenvolvidos no Ensino Médio.

Tabela 1: Habilidades na área de ARTE.

| Unidades temáticas | Objetos de conhecimento | Especificação dos objetos de conhecimento | Habilidades |
|--------------------|-------------------------|--|--|
| ARTES VISUAIS | Elementos da linguagem | Ponto; Linha; Formas geométricas; Cores; Noções de lateralidade, noções de movimento: lento, rápido. | (EF15AR02) Explorar e reconhecer elementos constitutivos das artes visuais (ponto, linha, forma, cor, espaço, movimento etc.). |

Tabela 2: Habilidades na área de HISTÓRIA.

| Unidades temáticas | Objetos de conhecimento | Especificação dos objetos de conhecimento | Habilidades |
|---|--|--|---|
| NASCIMENTO DA REPÚBLICA NO BRASIL E OS PROCESSOS HISTÓRICOS ATÉ A METADE DO SÉCULO XX | Primeira República e suas características Contestações e dinâmicas da vida cultural no Brasil entre 1900 e 1930 | O advento da República e suas consequências no reordenamento político; | (EF09HI01) Descrever e contextualizar os principais aspectos sociais, culturais, econômicos e políticos da emergência da República no Brasil, em Sergipe e local. |

Tabela 3: Habilidades na área de MATEMÁTICA.

| Unidades temáticas | Objetos de conhecimento | Especificação dos objetos de conhecimento | Habilidades |
|---------------------|--|---|--|
| GRANDEZAS E MEDIDAS | Comparação de áreas por superposição | Compreensão da superposição de figuras como uma nova grandeza associada à medida de superfície. Comparação dos resultados encontrados a partir da superposição e estimativa visual; Comparação de área por superposição, identificando qual a maior área. | (EF03MA21) Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos. |
| GEOMETRIA | Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo | Identificação do ângulo central e setor circular em circunferências; Determinação da medida de um ângulo central; Interpretação do conceito de ângulo inscrito a uma circunferência e determinando a medida desse ângulo; Reconhecimento de arcos, ângulo central e ângulo inscrito na circunferência, estabelecendo a relação entre eles; Construção da circunferência e | (EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de <i>softwares</i> de geometria dinâmica. |
| ÁLGEBRA | Grandezas diretamente proporcionais Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais | Desenvolvimento da noção de dobro, triplo, quádruplo, metade, terça parte; Compreensão do operador funcional de uma situação multiplicativa (proporção simples e múltipla); Resolução de situações de proporção simples e múltipla; | (EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros. |

Tabela 4: Habilidades na área de CIÊNCIAS.

| Unidades temáticas | Objetos de conhecimento | Especificação dos objetos de conhecimento | Habilidades |
|--------------------|---|---|---|
| TERRA E UNIVERSO | Constelações e mapas celestes Movimento de rotação da Terra Periodicidade das fases da Lua Instrumentos óticos | Conhecimentos essenciais e sugestões metodológicas: Investigar o céu da região onde vive, observando as constelações presentes em mapas celestes, bem como usar aplicativos digitais para identificação de constelações no céu visível da localidade, reconhecendo e valorizando os elementos de diversas culturas e da influência dos corpos celestes na vida humana, em uma perspectiva histórica, e do desenvolvimento científico na observação do céu. | (EF05CI10) Identificar algumas constelações no céu, com o apoio de recursos (como mapas celestes e aplicativos digitais, entre outros), e os períodos do ano em que elas são visíveis no início da noite, relacionado a sua utilidade no dia-a-dia. (EF05CI11) Associar o movimento diário do Sol e das demais estrelas no céu ao movimento de rotação da Terra. |
| | Aspectos quantitativos das transformações químicas Estrutura da matéria Radiações e suas aplicações na saúde | Diferenciar substâncias simples e compostas por meio de transformações químicas representando essas substâncias por meio de símbolos dos elementos que as constituem. Promover debates e pesquisas sobre os temas radioativos e orientar a organização do conhecimento adquirido pelos estudantes em mapas conceituais. | (EF09CI04) Investigar, planejar e executar experimentos que evidenciem que todas as cores de luz podem ser formadas pela composição das três cores primárias da luz e que a cor de um objeto está relacionada também à cor da luz que o ilumina. |

Tabela 5: Habilidades na área de GEOGRAFIA.

| Unidades temáticas | Objetos de conhecimento | Especificação dos objetos de conhecimento | Habilidades |
|--------------------|------------------------------|---|---|
| CONEXÕES E ESCALAS | Territórios étnico-culturais | Organização político-espacial do estado brasileiro; | (EF04GE5) Distinguir unidades político-administrativas oficiais nacionais (Distrito, Município, Unidade da Federação e grande região), suas fronteiras e sua hierarquia, localizando seus lugares de vivência. |

No entanto, para a construção do painel, sugerimos à participação de alunos da segunda e terceira séries do ensino médio, pois, são necessárias habilidades e competências mais sofisticadas, mencionadas em de Mello (2012) [5], como conhecimentos de eletrodinâmica e trabalhos manuais mais precisos. Deixamos assim, também, sugestões de abordagem para as áreas de conhecimento com base no Currículo Sergipe do Ensino Médio [5], apresentadas nas Tabela 6 a Tabela 8.

Tabela 6: Habilidades na área de FILOSOFIA.

| Unidades temáticas | Objetos de conhecimento | Habilidades |
|--|--|--|
| Tempo e Espaço, Território e Fronteira; Indivíduo, Natureza, Sociedade; Cultura e Ética; Política e Trabalho | Filosofia e política; Construção do Estado Moderno e o contratualismo; Estado, sociedade e poder Liberalismo; Neoliberalismo; Estado de bem estar social. | (EM13CHS603) Analisar a formação de diferentes países, povos e nações e de suas experiências políticas e de exercício da cidadania, aplicando conceitos políticos básicos (Estado, poder, formas, sistemas e regimes de governo, soberania etc.). |

Tabela 7: Habilidades na área de FÍSICA.

| Unidades temáticas | Objetos de conhecimento | Habilidades |
|----------------------|---|---|
| MATÉRIA E ENERGIA | Eletrodinâmica: Resistores; Capacitores; Transistores; Geradores; Receptores; Bobinas. Motores elétricos, circuitos elétricos. | (EM13CNT107) Realizar previsões qualitativas e quantitativas sobre o funcionamento de geradores, motores elétricos e seus componentes, bobinas, transformadores, pilhas, baterias e dispositivos eletrônicos, com base na análise dos processos de transformação e condução de energia envolvidos – com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais –, para propor ações que visem a sustentabilidade. (EM13CNT209) Analisar a evolução estelar associando-a aos modelos de origem e distribuição dos elementos químicos no Universo, compreendendo suas relações com as condições necessárias ao surgimento de sistemas solares e planetários, suas estruturas e composições e as possibilidades de existência de vida, utilizando representações e simulações, com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais (como softwares de simulação e de realidade virtual, entre outros). |
| VIDA, TERRA E COSMOS | O Sol; Fotometria; As estrelas. | |

Tabela 8: Habilidades na área de MATEMÁTICA.

| Unidades temáticas | Objetos de conhecimento | Habilidades |
|---------------------|--|--|
| Geometria e medidas | Geometria Plana: Áreas de figuras planas | (EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais. |

Apresentamos em seguida como estes elementos de normatização aparentemente estanques podem ser combinados em nossa abordagem.

2.2 A Abordagem Interdisciplinar

Para desenvolver a atividade interdisciplinar proposta, uma parte importante do método consiste em fornecer, especialmente aos professores, uma revisão teórica sobre o tema a partir de diferentes perspectivas, conectando habilidades e os objetos de conhecimento mencionados anteriormente. Desta forma, como primeiro material de nossa atividade, discutimos nas subseções seguintes a abordagem interdisciplinar e transdisciplinar envolvendo a Astronomia, com um repertório de assuntos que podem permear a dinâmica entre os alunos e os professores envolvidos no trabalho.

Esfera Celeste e a Interdisciplinaridade com a História e as Artes

A circunferência, a forma bidimensional perfeita para Platão, ditava o elemento geométrico essencial para descrição dos primeiros modelos sobre os fenômenos no céu. Em nossa bandeira ela delimita, o horizonte, que contém a esfera celeste para um observador muito específico. Como a Astronomia em sua origem foi uma ciência usada para medir posições no espaço e no tempo, o aspecto do céu na bandeira representa o que seria observado por uma pessoa na antiga capital do Brasil, Rio de Janeiro (posição no espaço), em 15 de novembro de 1889, às 12 horas siderais (posição no tempo). O centro da bandeira é então o zênite (Figura 2), o ponto mais alto do céu e de grande significado simbólico em termos de heráldica.

Estas coordenadas no espaço e no tempo são completamente vinculadas com a História, pois representam o momento da Proclamação da República na federação que a nova bandeira passava a representar. O movimento para proclamação se estendeu desde as primeiras horas da madrugada do dia 15 de novembro de 1889, com o marechal Deodoro da Fonseca se dirigindo ao Ministério da Guerra [6], até a oficialização na Câmara Municipal do Rio de Janeiro, na tarde do mesmo dia [1]. Assim, o evento astronômico representativo adotado dentro deste intervalo de tempo foi o da

passagem meridiana (Figura 2) da constelação do Cruzeiro do Sul, às 08:30 h da manhã (ou 12 horas siderais), momento em que a cruz está em pé em sua máxima altura. Devemos lembrar que, durante as grandes navegações, a referência da estrela polar do Norte e outras constelações eram perdidas quando as embarcações passavam para o hemisfério Sul. Com isso, na cultura cristã dos grandes navegadores, como Américo Vespúcio e Fernão de Magalhães, seria muito provável enxergar os céus do novo hemisfério com as referências simbólicas e hermenêuticas do cristianismo. Destacamos que as grandes navegações portuguesas foram financiadas pela Ordem de Cristo, cuja bandeira é uma cruz, a primeira a ser fincada em solo brasileiro (Figura 3a). Facilmente o Cruzeiro do Sul se destacaria a partir de uma dupla ressonância de sentidos: de fé e científica. Tanto para uma como para outra a Cruz do Sul seria uma referência que levaria os navegadores pelo caminho correto.

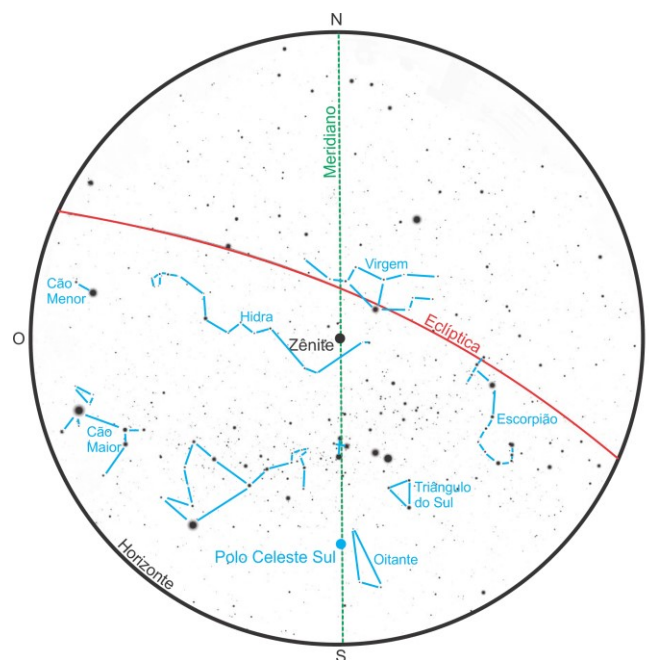


Figura 2: Mapa estelar do céu como seria observado da cidade do Rio de Janeiro em 15 de novembro de 1889, às 12 horas siderais. Além das estrelas estão enfatizados elementos da esfera celeste como o Horizonte, os pontos cardeais norte, sul, leste e oeste, o Zênite, o Meridiano, o Polo Celeste Sul e a Eclíptica.

A perspectiva da construção deste mapa do céu também é muito particular. Ela reflete a projeção não de um observador olhando para o céu a partir do centro da esfera celeste, a Terra, mas da perspectiva de alguém acima nos céus, como se as estrelas estivessem crivadas em uma esfera cristalina. Esta opção pode ser explicada por um elemento simbólico que surgiu ao longo da história das bandeiras brasileiras na fase colônia, entre as bandeiras nas Figura 3a e 3b: a esfera armilar.



Figura 3: As diferentes bandeiras utilizadas para o Brasil. (a) Início da colonização (1500), (b) Bandeira do Brasil Imperial (1822). (c) Nos quatro primeiros dias da República (1889). Fonte: [Erro! Fonte de referência não encontrada].

A esfera armilar (Figura 4) é um instrumento astronômico que simula a esfera celeste e permite prever a posição dos astros em função do movimento conhecido como movimento diurno da esfera celeste e do movimento de translação da Terra em torno do Sol, que em termos relativos gera um movimento aparente do Sol no céu em torno da Terra ao longo de um ano em uma trajetória circular chamada eclíptica (Figura 2).



Figura 4: Esfera Armilares (a) adaptado de Bernard (1767) [8]. (b) Esfera Armilar do Parque do Ibirapuera em frente ao Planetário Municipal Prof. Aristóteles Orsini.

Ela figura na bandeira de Portugal e aos poucos foi sendo inserida em outras versões da bandeira do Brasil, até ser representada como elemento central na bandeira imperial (Figura 3b). Nela, além da cruz (herança não só religiosa, mas histórica do Brasil Colônia), também se vê uma faixa inclinada decrescente da esquerda para direita que representa a eclíptica. A esfera armilar representa o céu, ou seja, a esfera celeste, com a Terra no centro, pois ela é construída para reproduzir o movimento aparente do céu em torno do eixo de rotação da Terra quando tomamos a Terra como referência no centro da esfera. Isso nos faz observadores fora da esfera celeste representada pela esfera armilar (Figura 4). Esta perspectiva simplesmente foi mantida para representação do céu na nossa atual bandeira (Figura 5).

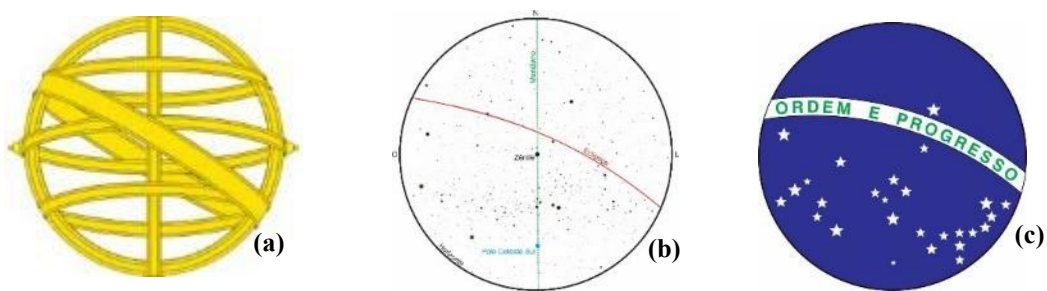


Figura 5: (a) Comparação entre a esfera armilar, presentes nas bandeiras tanto de Portugal quanto nas principais bandeiras do Brasil antes da República; (b) a configuração do céu no dia 15 de novembro, invertida horizontalmente e com a eclíptica da Figura 2, e (c) a representação do firmamento em nossa atual bandeira.

Mas antes, por um curto período, nossa bandeira imitava a bandeira dos Estados Unidos (Figura 3c), a exceção das cores e do número de estrelas. Cada estrela, respeitando o modelo

americano, representava uma das unidades federativas, que vinham a ser os Estados existentes até então mais o Distrito Neutro que viria a ser o Distrito Federal.

O presidente marechal Deodoro rejeitou prontamente a versão da bandeira na Figura 3c apresentada por Rui Barbosa. Paradoxalmente, contrariado com a queda da monarquia, que aconteceu pelas suas mãos por ser chefe do mesmo exército em que o desejo republicano se tornava dominante, ele pessoalmente não tinha nenhum desejo de mudar bandeira [9]. Devemos lembrar que foi por esta bandeira que exército brasileiro saiu fortalecido após a sangrenta guerra contra o Paraguai [**Erro! Fonte de referência não encontrada.**]. Assim conflitava o desejo de manter o símbolo das conquistas que foram logradas em posse da bandeira imperial e as contradições que ela apresentava para o regime atual.

Aqui, tem-se uma interessante correlação interdisciplinar com a disciplina de Artes e Geometria. A ideia original que culminou na bandeira da Figura 3b foi concebida pelo pintor francês Jean Baptiste Debret, um artista de auto impacto mundial e de importante contribuição para arte e registros sociais do Brasil [10]. Inspirado em algumas bandeiras militares francesas da época de Napoleão [**Erro! Fonte de referência não encontrada.**], Debret chegou ao modelo retangular com um losango inscrito (símbolo ligado às Armas das Damas, visto que os suportes dos brasões femininos no tempo de D. João I de Portugal tinha esta forma), com as cores verde e amarela associadas às Casas Reais (famílias Nobre dominantes) de Bragança, de dom Pedro I, e a dos Habsburgo-Lorena, da imperatriz Leopoldina respectivamente [6]. O elemento masculino (retângulo) e feminino (losango) presentes marcaram nossa herança como nação e, curiosamente, um não é maior do que o outro (veja Figura 6). Arrastando-se os triângulos verdes que “contêm” o losango amarelo na bandeira de Debret, verificamos que as áreas das figuras são as mesmas, sendo uma ilusão a ideia de maior ou menor em termos geométricos, causada pela falta de sensibilidade ao compararmos figuras diferentes em disposições distintas, mas que se complementam, uma fragmentada, e outra coesa.

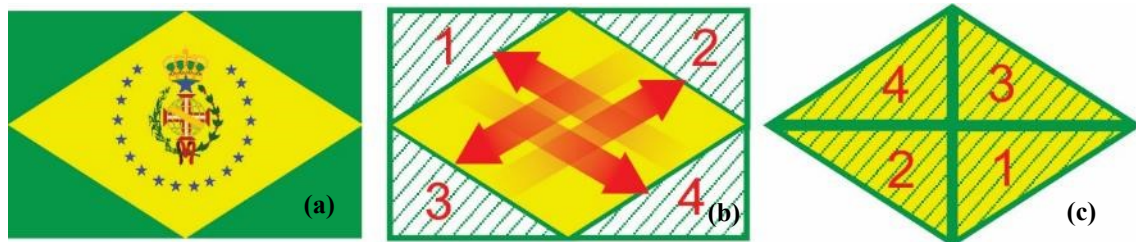


Figura 6: (a) Proposta de bandeira de Debret [**Erro! Fonte de referência não encontrada.**]. (b) Reposicionamento entre figuras geométricas, necessário para enxergar a simetria das áreas da cor verde e amarela em (c). Esta discussão sobre transformações, conservações e simetrias são ilustrativas para serem aproveitadas, por exemplo, em discussões sobre simetria em Artes e Física de partículas [11].

Evidentemente isso é apenas uma peça de narrativa, sem peso científico ou correlação com as intenções do artista, mas podem servir como gancho pedagógico muito interessante em Ciências Sociológicas, visto que não apenas as questões científicas geram ou inspiram a construção do conhecimento. Nas próprias palavras de um indivíduo que se tornou símbolo da abnegação pessoal em prol da ciência, Giordano Bruno (1585) [12] disse: "Se non è vero, è molto ben trovato" (se não é verdade é muito bem inventado).

No modelo original de Debret (Figura 6a) figuravam 20 estrelas em forma de círculo representando as províncias imperiais, a tradicional cruz, a esfera armilar, o dragão da primeira bandeira dos lusos, ramos de café e tabaco e uma coroa. (primeiro de reinado e posteriormente imperial). Os elementos monárquicos não poderiam constar da bandeira de uma república. Todos os outros poderiam ser remodelados com as devidas reinterpretções artísticas. Isto fica explícito no decreto-lei no 4 de 19 de novembro de 1889:

“O Governo Provisorio da Republica dos Estados Unidos do Brazil: Considerando que as côres da nossa antiga bandeira recordam as luctas e as victorias gloriosas do exercito e da armada na defesa da patria; Considerando, pois, que essas côres,

independentemente da forma de governo, simbolizam a perpetuidade e integridade da pátria entre as outras nações; DECRETA: Art. 1º A bandeira adoptada pela Republica mantem a tradição das antigas cores nacionaes - verde e amarella - do seguinte modo: um losango amarello em campo verde, tendo no meio a esphera celeste azul, atravessada por uma zona branca, em sentido obliquo e descendente da esquerda para a direita, com a legenda - Ordem e Progresso - e ponteada por vinte e uma estrellas, entre as quaes as da constellação do Cruzeiro, dispostas da sua situação astronomica, quanto á distancia e o tamanho relativos, representando os vinte Estados da Republica e o Municipio Neutro; tudo segundo o modelo debuxado no annexo n. 1. Art. 2º As armas nacionaes serão as que se figuram na estampa annexa n. 2. Art. 3º Para os sellos e sinetes da Republica, servirá de symbolo a esphera celeste, qual se debuxa no centro da bandeira, tendo em volta as palavras - Republica dos Estados Unidos do Brazil. Art. 4º Ficam revogadas as disposições em contrario.”

Sala das sessões do Governo Provisório, 19 de novembro de 1889, 1º da Republica. (BRASIL, 1889) [13].

A sobrevivência de um símbolo Nacional reflete a capacidade de ele ressoar com o conjunto de valores, conhecimentos e sentimentos coletivos. Como se espera de um bom símbolo, ele deve agregar (unir) significados [14]. Deste modo, cores foram mantidas e reinterpretadas, como o verde representando as matas de nosso país, o amarelo o ouro e riquezas do solo brasileiro, enquanto o azul e o branco simultaneamente remeteriam o céu brasileiro e a uma tradição de paz, mas também remeteria à história passada das bandeiras do Brasil colônia [6, **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, 15]. O lema na bandeira “Ordem e Progresso”, escrito em verde, ao cruzar a representação da eclíptica em um dístico branco, tem um contexto histórico e simbólico também importante. Na época da Proclamação da República, na França se vivia as contradições impostas da aplicação prática dos ideais do Iluminismo de liberdade, igualdade e fraternidade, que romperam com a monarquia, e as distorções morais negativas relativas desordem institucional que se manifestaram após Revolução Francesa [16]. Baseando-se nos pressupostos colocados por Saint Simon em relação ao Iluminismo, August Comte propõe então uma ideia em que o uso da ciência e o método científico, nos moldes das Ciências Naturais, seriam o modo para estabelecer a ordem social. Isto culminou no lema positivista, em francês, “*L'amour pour principe et l'ordre pour base; le progrès pour but*”, que em tradução livre significa “*O Amor por princípio e a Ordem por base; o Progresso por fim*” [**Erro! Fonte de referência não encontrada.**]. Sendo o “Amor” uma ação individual, a fração social da sentença, relativa à Ordem e Progresso se tornou lema político da corrente filosófica positivista de Comte e do filósofo e economista utilitarista John Stuart Mill, justificando o contexto de um rompimento com um regime monárquico, como na França, mas com princípios que buscavam evitar as distorções lá manifestas [16]. O valor simbólico do lema sobre a eclíptica também é sugestivo. Sendo a eclíptica caminho aparente que o Sol percorre ao longo de um ano no céu, em razão do movimento real de translação da Terra em torno do Sol, então “Ordem e Progresso” seria o “caminho” que lançaria luzes ao desenvolvimento da nova nação.

O escudo com as estrelas para cada província, a esfera armilar e a cruz foram todas, de forma criativa, combinadas e reinterpretadas em um único elemento: o firmamento na esfera celeste. A esta ideia e trabalho estavam envolvidos Raimundo Teixeira Mendes com as colaborações de Miguel Lemos e Manuel Pereira Reis (astrônomo) e desenho de Décio Villares [**Erro! Fonte de referência não encontrada.**]. O céu deixa de ser representado por um instrumento e as estrelas não assumem uma configuração geométrica artificial. Passam sim a ser dispostas numa representação direta do firmamento na configuração das constelações. É esta configuração mencionada no anexo 1 do decreto lei de 4 de 19 de novembro de 1889 [13] (Figura 7).

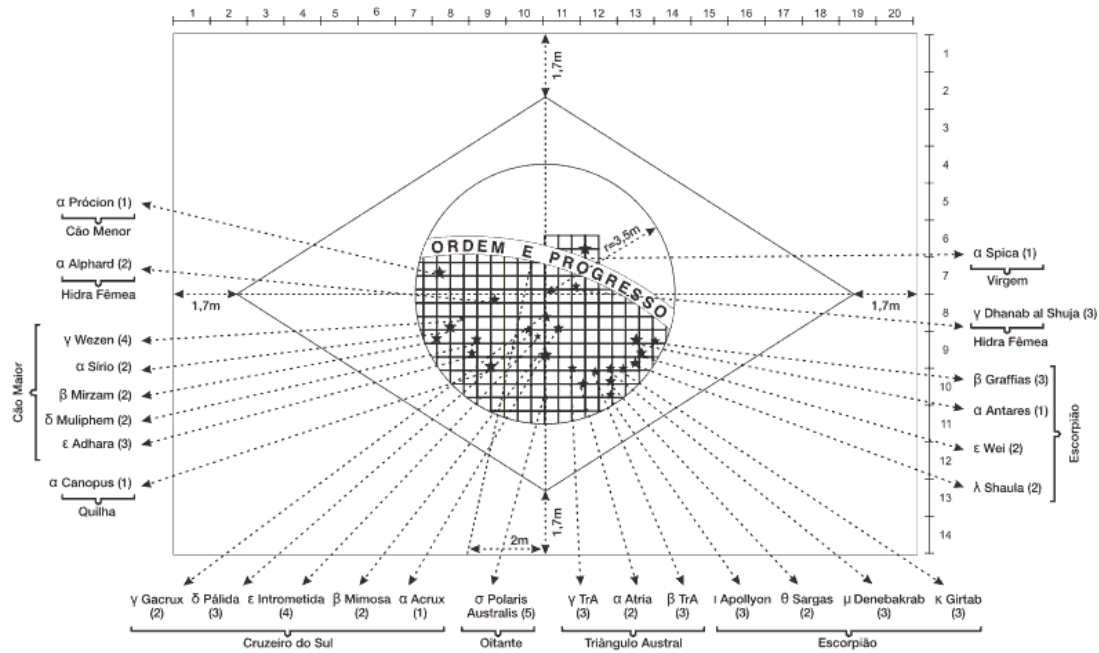


Figura 7: Padrões oficiais para bandeira brasileira, onde m é um módulo, uma unidade de referência a qual os números devem ser multiplicados para manter a proporção correta da bandeira. Figura do anexo 1 do decreto lei de 4 de 19 de novembro de 1889 [13].

Constelações e a Interdisciplinaridade com a Geografia

Para esta discussão, a interdisciplinaridade com conceitos de Geografia se torna muito relevante, pois em um momento específico e uma localização geográfica está associada uma projeção única do céu e as estrelas que seriam visíveis naquele momento, caso o Sol não obstruísse seus brilhos.

Por se tratar de uma vista em coordenadas horizontais para uma cidade do hemisfério sul (Figura 2), então, no mapa celeste representado na bandeira (Figura 1), também consta o polo celeste sul. Assim, o meridiano cruza a circunferência que delimita o céu verticalmente, de sul, na parte inferior da figura, ao norte.

Os polos celestes são consequências do efeito observacional do movimento relativo de rotação da Terra em relação às estrelas. Um observador girando na superfície da Terra vê, em seu referencial, as estrelas girando em torno de um ponto no céu denominado Polo Celeste, dependendo da coordenada geográfica em que o observador se encontra (Figura 8).

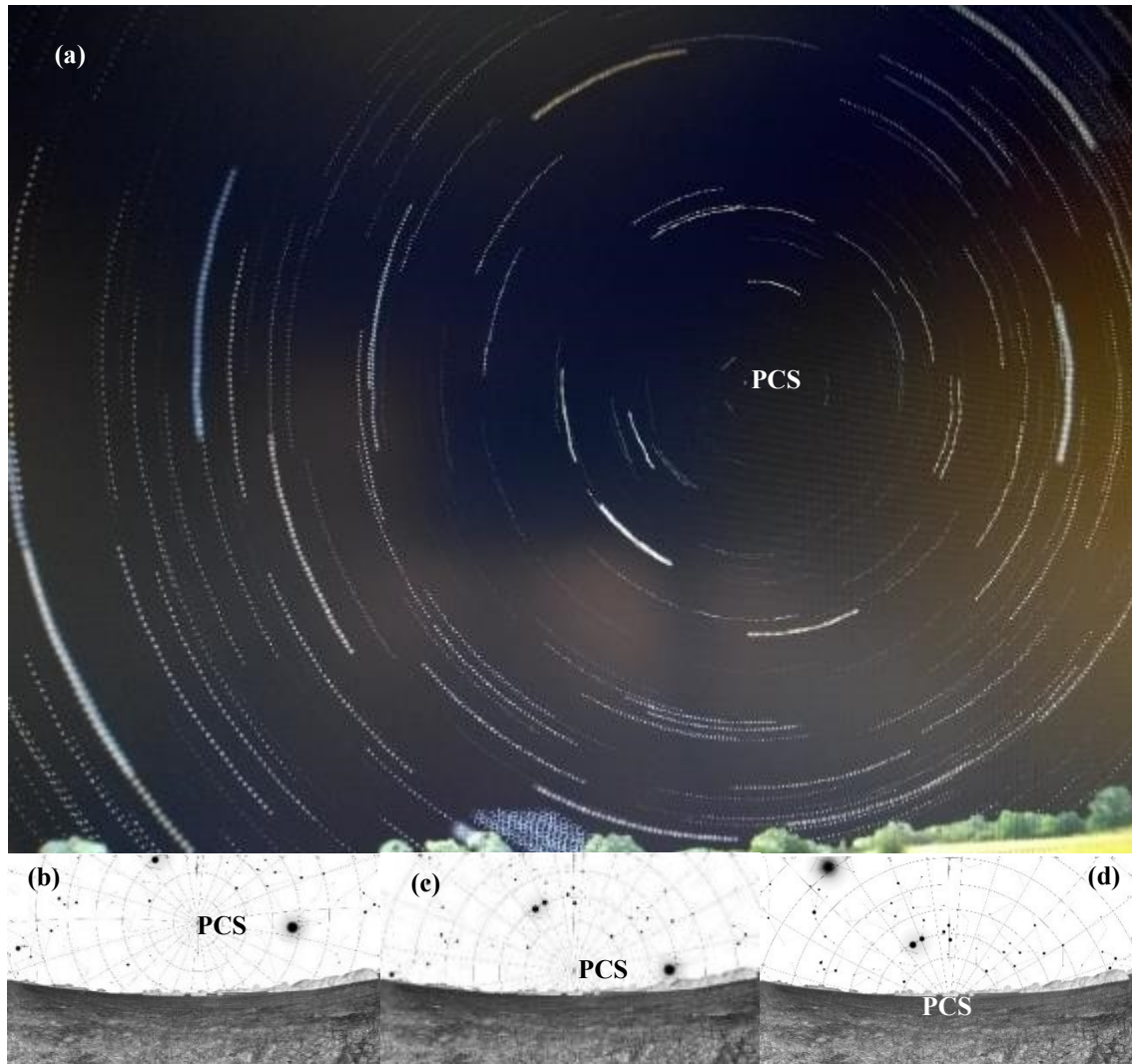









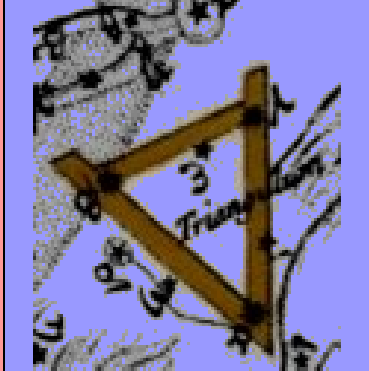
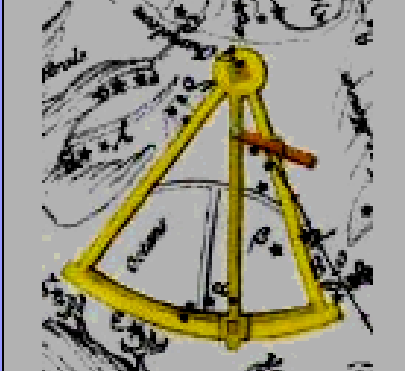
Figura 8: (a) Efeito de star trailing simulado no software Stellarium, obtido por uma fotografia com grande tempo de exposição direcionado para o céu na direção norte ou sul (caso da imagem). Neste tipo de imagem pode se ver que as estrelas aparentemente giram em torno de um ponto do céu, conhecido como Polo Celeste (PC). Será sul se observado no hemisfério sul (PCS) e vice-versa. Em (b), (c) e (d) é feita uma grade que reflete aproximadamente uma projeção das coordenadas terrestres no céu e como o Polo Celeste Sul seria observado desde Porto Alegre, no Rio Grande do Sul (b), Aracaju em Sergipe (c) e Boa Vista em Roraima (d). Neste último caso, como a cidade se encontra no hemisfério norte o Polo Celeste Sul está abaixo do horizonte, mas na direção oposta seria possível observar o Polo Celeste Norte.

Nota-se na Figura 8 que quanto menor a latitude geográfica para o sul, mais baixo aparece o Polo Celeste. Esta foi por séculos uma grandeza fundamental para ciência da Cartografia, que combinada com os procedimentos de medida de Longitude culminaram em mapas da superfície terrestre cada vez mais precisos [17].

No contexto de nossa bandeira, na reinterpretação dos elementos da bandeira imperial, as estrelas deixam de representar províncias e passam a estar associadas a cada uma das unidades da federação (Estados mais o Distrito Federal), e a cruz da antiga bandeira imperial passa a ser representada pela constelação do Cruzeiro do Sul.

Constelação é o nome que damos às figuras que diferentes culturas imaginavam por meio do que é chamado asterismo (e.g. Tabela 9), ou seja, a configuração gerada pela posição relativa das estrelas conectadas por linhas imaginárias [14]. Apesar de constelações não representarem objetos astronômicos ligados fisicamente, elas ainda são úteis para demarcar direções no céu onde se encontram tais objetos, como estrelas variáveis, aglomerados de galáxias, exoplanetas etc.

Tabela 9: Constelações conforme os mapas celestes de Urania's Mirror [18] para Vir, CMi, CMa, Hya e Sco e de Coelum Australe Stelliferum [19] para Car, Cru, TrA e Oct.

| | | |
|--|--|---|
| Virgem (Vir) | Cão Menor (CMi) | Hidra (Hya) |
|  |  |  |
| Cão Maior (CMa) | Carina (Car) | Cruzeiro do Sul (Cru) |
|  |  |  |
| Escorpião (Sco) | Triângulo do Sul (TrA) | Oitante (Oct) |
|  |  |  |

Nove constelações no total são representadas, por meio de suas estrelas na bandeira brasileira: Cruzeiro do Sul, Escorpião, Triângulo do Sul, Carina, Cão Maior, Hidra, Cão Menor, Virgem e o Oitante (Tabela 9 e Figura 9).

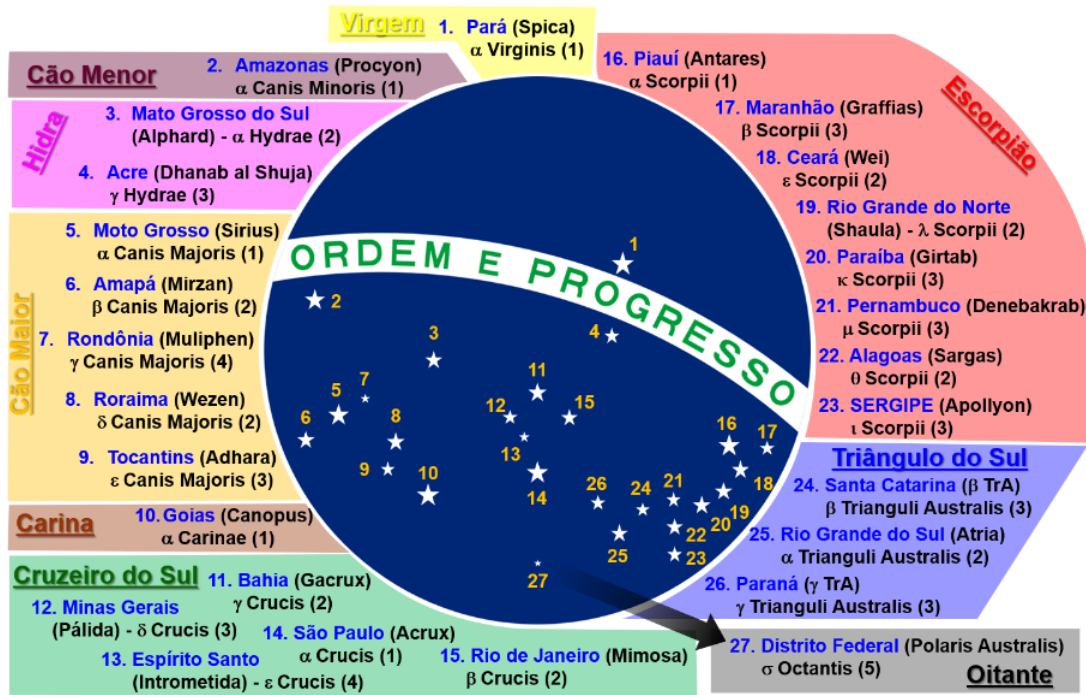


Figura 9: Relação entre estrelas na bandeira, seu nome próprio e a constelação a que pertencem.

Tentou-se associar na bandeira as posições relativas das estrelas às posições relativas no mapa do Brasil de cada Estado, assim como foi feito com as constelações em relação às regiões, mas não com os conceitos que atualmente utilizamos para distinguir as regiões Norte, Nordeste, Centro-Oeste, Sudeste e Sul (Figura 10).



Figura 10: Regiões geográficas representadas por cada constelação conforme a escala de cores na Figura 9 e Tabela 9. Note que a correspondência entre Estados e regiões não é perfeita, visto que a Bahia é incluída junto com os estados do Sudeste, representando a Estrela mais ao alto do Cruzeiro do Sul, sendo retirada, portanto, da constelação ligada aos estados do Nordeste (Escorpião).

Como uma associação muito rigorosa entre arte e ciência na bandeira poderia torná-la, por um lado imprecisa ou por outro enfadonha, deve-se dizer que na bandeira há muitos elementos em que cabe a liberdade artística. No artigo 3 da lei 5700 de 1971, tentou-se enfatizar o trabalho artístico da bandeira, mas este parágrafo foi extinto e a última modificação nas regras sobre a bandeira ocorreu pela lei 8421 de 1992, quando foram criados os estados de Roraima, Tocantins, Amapá e Rondônia [9]. A modificação equivalente da bandeira só foi possível com a introdução de artigos que permitem a inclusão e extinção de estrelas conforme a respectiva criação ou exclusão de estados. Este foi o caso da criação do estado da Guanabara em 1960, quando foi incluída a estrela Alphard, a alfa da constelação da Hidra, e em 1968 com a criação do estado do Acre, representado pela estrela gama da Hidra [9]. Com a extinção do estado da Guanabara, onde era o antigo Distrito Federal, a estrela que o representava não chegou a ser retirada da bandeira, aproveitada pela criação do Estado do Mato Grosso do Sul em 1975 [9].

Uma destas liberdades artísticas polêmicas se refere à estrela que se encontra isolada, acima da faixa branca do equador. Normalmente confundida como a estrela que representaria o Distrito Federal, é na verdade associada ao estado do Pará. Isto porque, até pouco antes da Proclamação da República, o Pará, com boa parte do que conhecemos hoje como o estado do Amazonas, compunha o estado do Grão-Pará. O Pará era então o estado mais setentrional (ao norte) conhecido, de modo que a estrela representando o Pará destacava a grande extensão do país. Em Astronomia uma das polêmicas se encontra no fato que a estrela associada a este estado é Spica, cuja localização é ao Sul da eclíptica, e portanto deveria se encontrar abaixo da faixa branca. Ela é ainda uma estrela do hemisfério abaixo do Equador Celeste, não sendo incomum a confusão da faixa branca com o Equador Celeste e não a Eclíptica. Inversamente, Graffias, a estrela beta da constelação do Escorpião, que representa o Maranhão, deveria estar ao norte da Eclíptica, portanto acima da faixa branca, mas foi posta abaixo dela. Destaca-se também o elevado grau de distorção para representar esta constelação, que no céu é uma das poucas para as quais se pode facilmente associar o asterismo ao nome dado à constelação. A justificativa do autor da bandeira é que em “tratando-se de um símbolo, era descabida a preocupação de conservar o rigor de uma carta celeste” [9] e argumenta que a escolha de Spica tem outro apelo para Astronomia, pois está diretamente ligada a descoberta por Hiparco de um importante movimento do eixo de rotação da Terra em torno do eixo da eclíptica, conhecido como precessão dos equinócios.

Um elemento simbólico muito interessante se destaca envolvendo a representação do Distrito Federal. Ela figura aparentemente como uma pequena estrela, bem próxima à parte de baixo da circunferência que representa a esfera celeste. Trata-se de uma estrela próxima ao limite da visibilidade humana, conhecida como sigma do Oitante, ocupando uma posição muito próxima ao Polo Celeste Sul (Figura 8). De modo simbólico, em relação às demais estrelas, a sigma do Oitante guarda uma analogia com o Distrito Federal em relação aos Estados: é a entidade em relação à qual as demais circulam.

Magnitudes das Estrelas e a Interdisciplinaridade com a Física

Na bandeira as estrelas são representadas em branco e se distinguem pelo seu tamanho, para o que existe uma justificativa física. Os tamanhos das estrelas na bandeira são propositalmente relacionados aos brilhos visuais, também conhecido como magnitudes das estrelas. Estes tamanhos estão representados ao lado do nome das estrelas na Figura 7. Ainda mais, elas são separadas em 5 tamanhos, respeitando a ideia original de magnitudes de Hiparco (também conhecida como grandezas) e separadas em cinco, respeitando o número de intervalos entre as 6 magnitudes registradas até o limite de visibilidade de Hiparco [20].

Há diversas conexões diretas e indiretas deste conceito com a Física, sendo um dos principais o conceito de fotometria e fluxo. Isto porque o brilho que enxergamos as estrelas depende de duas grandezas físicas que competem para magnitude observada das estrelas: 1-) a energia intrínseca (E) emitida por cada estrela por unidade de tempo (t), conceito conhecido em física como potência e em astronomia como luminosidade (L); e 2-) a distância (D) que nos encontramos delas.

Ao ser emitida pela estrela, a energia luminosa se dispersa pelo espaço em torno dela, se diluindo geometricamente conforme a distância que se encontra da fonte. Ao contrário da figura

heráldica de cinco pontas utilizada nas bandeiras, a simetria de uma estrela é muito mais parecida com uma esfera, vide por exemplo a aparência do Sol. Desta forma também o é a área sobre a qual se dispersa a energia da estrela. Considerando que geometricamente a área de uma esfera é dada por $A = 4\pi D^2$, podemos definir o fluxo como sendo:

$$F = \frac{E}{A \cdot t} \quad (1)$$

ou seja;

$$F = \frac{L}{4\pi D^2} \quad (2)$$

O fluxo decai com o quadrado da distância, o que se encontra na essência da razão do porquê a força gravitacional, magnética e elétrica tem o mesmo comportamento.

A despeito disto, apesar de fisicamente correta, esta equação não reflete o que observamos, pois nossos olhos (e na verdade todos nossos sentidos) não respondem linearmente aos estímulos. Isso foi uma descoberta do século XIX de Ernst Heinrich Weber e Gustav Theodor Fechner em uma área conhecida como Psicofísica. A resposta de nossos olhos ao estímulo luminoso segue uma escala logarítmica, de modo que a uma diferença de 5 magnitudes está associada uma razão de fluxos em um fator 100 [20]. Desta maneira:

$$m - m_0 = -2.5 \cdot \log\left(\frac{F}{F_0}\right) \quad (3)$$

onde m é magnitude do objeto, m_0 uma magnitude de referência e F é o fluxo de luz proveniente de um objeto e F_0 é o fluxo do objeto tomado como referência.

Ao procedimento de utilizar fluxos de referências, medi-los e determinar as magnitudes dos objetos é o que chamamos de fotometria. Literalmente este termo significa “medir a quantidade de luz” que vem de um objeto. Considerando que em Astronomia a maioria esmagadora das informações que temos dos objetos celestes decorre da luz que provém deles, é esta medida que permite nos conectar com a Física das estrelas.

Como na bandeira não se pode representar os brilhos das estrelas, faz-se o que se faz desde tempos muito primitivos para representar os diferentes brilhos das estrelas: representam-se as estrelas de diferentes brilhos com diferentes tamanhos, sem que estes tamanhos tenham a ver com alguma característica intrínseca da estrela. Assim, considerando a devida liberdade artística, da mesma forma ocorre na bandeira: os tamanhos das estrelas não estão relacionados às características dos Estados. Modernamente não refletem nem os Estados mais povoados, nem os mais importantes nem os mais ricos. A distribuição das estrelas entre os Estados tende apenas a respeitar alguma proximidade geográfica na bandeira, com toda liberdade artística.

2.3 Formação do grupo

Na formação do grupo que participou deste projeto, a professora coordenadora apresentou um pré-projeto para a professora de artes, para os alunos da turma de 2º Ano em que ela lecionava e alguns outros de turmas que ela não lecionava, mas que apresentavam perfil para o tipo de trabalho proposto. Dos dezessete alunos que compareceram à apresentação do pré-projeto, apenas 10 alunos permaneceram, pois esse é o limite máximo permitido pela organização do IX Feira Científica de Sergipe. Todos os escolhidos cursam o 2º Ano do Ensino Médio Regular do Colégio Estadual Presidente Juscelino Kubitschek, localizado no Conjunto João Alves Filho, na cidade de Nossa Senhora do Socorro, SE. Foi pedido aos alunos sugestão de nomes para o projeto, entre os nomes sugeridos foi escolhido “Brilhando além da Bandeira”.

2.4 Materiais para Construção do Painel

Para a confecção do painel, foram utilizados os seguintes materiais (Figura 11 e Tabela 1):



Figura 11: Ferramentas e materiais utilizados para confecção do painel. Duas folhas de papel Paraná são necessárias para fazer todo o painel.

Tabela 10: Material utilizado na montagem dos circuitos.

| Quantidade | Componente |
|------------|---|
| 4 | Led Branco |
| 8 | Led Azul |
| 5 | Led Laranja |
| 5 | Led Vermelho |
| 5 | Led Amarelo |
| 7 | Resistor 220W |
| 9 | Resistor 1kW |
| 8 | Resistor 3,3kW |
| 2 | Resistor 10kW |
| 1 | Resistor 15kW |
| 27 | Chave liga/desliga |
| 3 | Bateria 9V |
| 1m | Fios cores diversas (cabo de rede com 8x24awg) |

Foi repassado para os alunos participantes do projeto o material, que trazia a informação sobre os padrões usados no layout e criação, da atual da Bandeira do Brasil (Figura 7). As professoras integrantes do projeto demonstraram o uso das ferramentas e dos materiais aos alunos e eles iniciaram a construção do painel, que foi dividida em dois momentos, que ocorreram em paralelo. No primeiro momento de confecção do painel, a professora de Artes orientou os alunos no desenho e pintura da bandeira do painel, e no segundo momento a professora de Física orientou a construção, dimensionamento, funcionamento, além do processo de soldagem dos componentes dos circuitos.



Figura 12: (a) Desenho geométrico e pintura. (b) Soldagem dos componentes. (c) Estrutura confeccionada em papel Paraná.

A dinâmica de desenvolvimento do produto consistiu no encontro dos alunos na escola, alguns dias no turno da manhã, e em outros dias após o horário de término das aulas. Finalizado o painel, foram instalados os LEDs e interruptores para identificação das estrelas e inseridos os nomes das unidades federativas nos respectivos interruptores no painel. Em conversa entre as professoras orientadoras e os alunos, ficou estabelecido que eles fariam a apresentação do projeto em todas as turmas e turnos do colégio para fazer a divulgação do trabalho para os alunos e professores. As apresentações experimentais ocorreram conforme planejado e os professores das mais diferentes disciplinas viram no painel uma boa ferramenta de aprendizagem de suas próprias disciplinas em um contexto interdisciplinar

2.4 Construção do Painel

Para confecção do painel usamos papel Paraná de 80 cm x 100 cm. Medimos, cortamos e furamos seguindo as normas do Art. 5º da Lei Nº 5.700, de 1º de setembro de 1971 e modificada pela lei 8421 de 1992, conforme mostra a Figura 13. Cada módulo de unidade de referência que utilizamos para proporção da bandeira foi de 4,25 cm, de modo que o painel final ficou com 58 cm de altura e 85 cm de comprimento. Os 15 cm restantes na altura foram reservados para fixar chaves liga e desliga para cada estrela com a furação organizada em 3 linhas e 9 colunas.

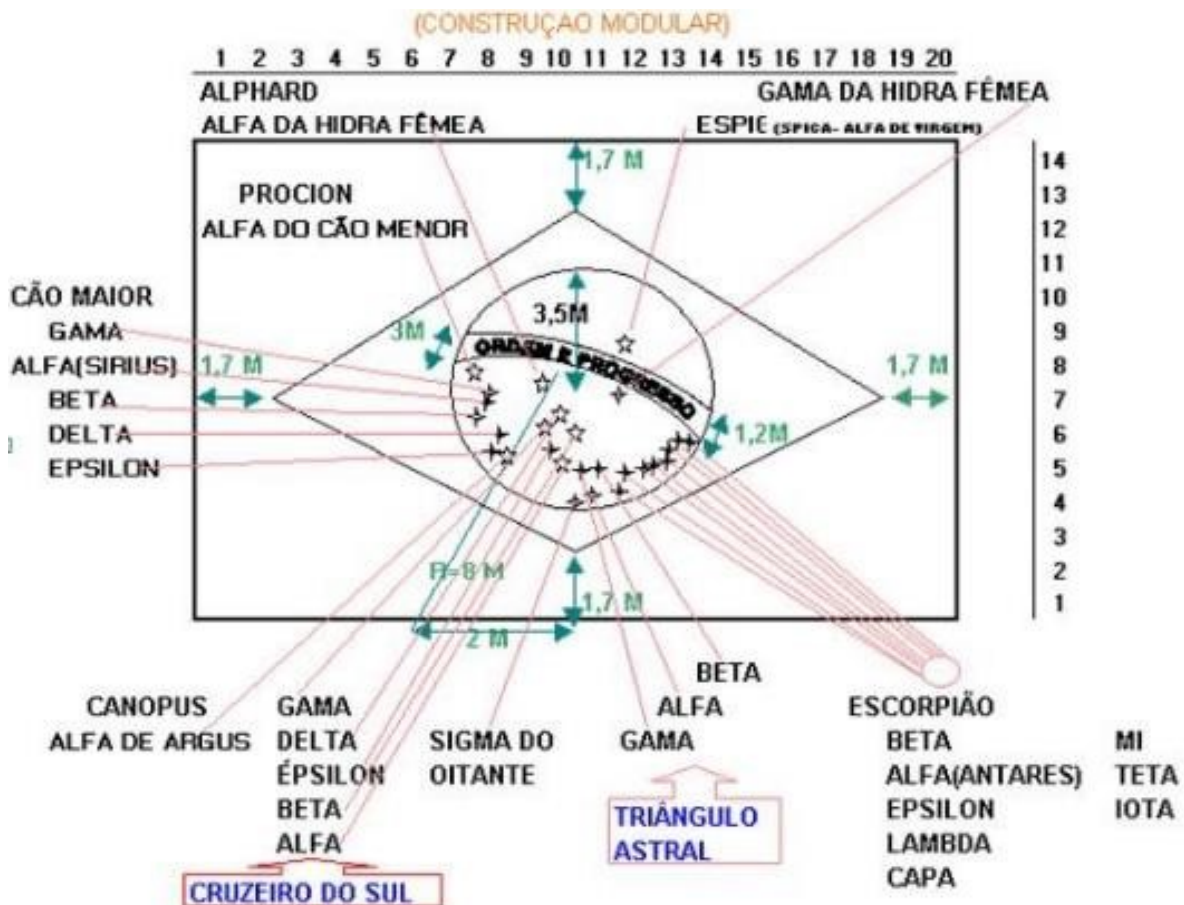


Figura 13: Regras para feitura da Bandeira Nacional [13].

Para a instalação do painel fizemos, por técnica de dobradura com a segunda folha de papel Paraná, uma estrutura de sustentação como reforço interno, como pode ser visto na Figura 12c. Fizemos os furos nos locais das estrelas, para instalação dos LEDs e pintamos com tinta acrílica nas cores da bandeira. Finalizamos o acabamento da pintura com verniz acrílico fosco.

2.1. Montagem do Circuito Elétrico

Como o painel tem que contemplar 5 brilhos distintos para as estrelas, independentemente de suas cores, optamos por mudar o brilho de cada LED utilizando resistores fixados em série com ele. Como a tensão máxima suportada por cada LED é da ordem de 3V (isto depende da cor) fizemos uma conta simples utilizando a lei de Ohm para identificar a menor resistência possível de ser utilizada em cada estrela de modo que os LEDs não queimassem. Segundo o fabricante dos LEDs a corrente máxima suportada seria de 3×10^{-2} A. Assim, pela lei de Ohm:

$$R = \frac{U - U_L}{I_L} \quad (4)$$

onde R é o resistor, U é a tensão de nossa bateria, U_L é a máxima queda de tensão suportada pelo LED e I_L é a máxima corrente que pode passar pelo LED.

Com isso chegamos à conclusão que o resistor mínimo a ser utilizado para promover o máximo brilho, que será associado às estrelas de magnitude 1, é da ordem de 200 Ω . Comercialmente, o resistor que mais se aproxima disto é o de 220 Ω . Com isso bastaria utilizar uma sequência de resistores gradativamente maiores para promover as demais magnitudes, sendo o resistor maior (o de 15 k Ω), aquele que possibilitaria o menor brilho, e assim ser associado às estrelas de magnitude 5. Os demais resistores foram distribuídos linearmente entre estes dois limites.

Em uma primeira experiência, tentamos fazer que todo o painel fosse energizado por uma única bateria. No entanto, o resultado quanto aos brilhos foi insatisfatório devido ao grande número de quedas de tensão no circuito inteiro, desuniformizando o brilho mesmo em estrelas de mesma magnitude. Por este motivo, optamos por dividir a alimentação dos LEDs em 3 grupos de alimentação. As estrelas de magnitude 2, mais frequentes na bandeira, foram alimentadas por uma única bateria. Para promover o melhor contraste de brilhos para as estrelas de magnitudes remanescentes, optamos por agrupar os objetos de magnitude 3 e 5 para uma bateria os objetos de magnitude e 1 e 4 para a última bateria.

Promovemos então os cálculos com a equação (4) para definir as resistências associadas a cada LED e inspecionamos o efeito delas no brilho. Novamente é interessante notar que, como esperado pela lei de Weber-Fechner, a sensibilidade não é proporcional ao estímulo, como de fato a resistência é em relação à corrente aplicada. Assim, em alguns casos, as resistências calculadas não refletiam necessariamente em brilhos que visualmente poderiam ser associados às magnitudes das estrelas. Além disso, LEDs de diferentes cores também podem promover impressões diferentes sobre as magnitudes, fazendo com que uma estrela vermelha e uma azul de mesmo brilho pareçam ter magnitudes distintas. Com isso, os valores dos resistores adotados para cada LED foram testados previamente para cada grupo de modo a promover o efeito de brilho esperado para bandeira. As respectivas correspondências entre as cores e magnitudes estão registrados na Tabela 2.

Para a montagem dos circuitos, adotamos os seguintes passos:

- 1-) Identificamos as cores das estrelas para serem associadas aos LEDs conforme Tabela 11;
- 2-) Separamos os LEDs nas cores correspondentes as estrelas das constelações, de acordo com a magnitude:
 - Magnitude 1: Amazonas, Goiás, Mato Grosso, Mato Grosso do Sul, Pará, Piauí, São Paulo
 - Magnitude 2: Alagoas, Amapá, Bahia, Ceará, Rio de Janeiro, Rio Grande do Norte, Rio Grande do Sul, Tocantins
 - Magnitude 3: Acre, Maranhão, Minas Gerais, Paraíba, Paraná, Pernambuco, Santa Catarina, Sergipe
 - Magnitude 4: Espírito Santos, Rondônia,
 - Magnitude 5: Distrito Federal

Tabela 11: Correspondência entre as cores e magnitudes de cada estrela e o respectivo Estado que representa.

| | Estado | Mag. | Cor | Resistência/Led | Grupo |
|----|--------|------|---------------------|---------------------------|-------|
| 1 | PA | 1 | Azulada | 220 Ω / azul | 1 |
| 2 | AM | 1 | Branca | 220 Ω / branco | 1 |
| 3 | MS | 1 | Laranja | 220 Ω / laranja | 1 |
| 4 | AC | 3 | Amarela | 3,3 k Ω / amarelo | 2 |
| 5 | MT | 1 | Branca | 220 Ω / branco | 1 |
| 6 | AP | 2 | Branco-azulado | 1 k Ω / azul | 3 |
| 7 | RO | 4 | Branco-Azulado | 10 k Ω / azul | 1 |
| 8 | RR | 2 | Branco-Amarelada | 1 k Ω / amarelo | 3 |
| 9 | TO | 2 | Azul | 1 k Ω / azul | 3 |
| 10 | GO | 1 | Branco-Amarelada | 220 k Ω / amarelo | 1 |
| 11 | BA | 2 | Vermelha | 1 k Ω / vermelho | 3 |
| 12 | MG | 3 | Vermelha | 3,3 k Ω / vermelho | 2 |
| 13 | ES | 4 | Laranja | 10 k Ω / laranja | 1 |
| 14 | SP | 1 | Branco-Azulada | 220 k Ω / azul | 1 |
| 15 | RJ | 2 | Vermelha | 1 k Ω / vermelho | 3 |
| 16 | PI | 1 | Amarelo-Avermelhado | 220 k Ω / vermelho | 1 |
| 17 | MA | 3 | Branca | 3,3 k Ω / branco | 2 |
| 18 | CE | 2 | Alaranjada | 1 k Ω / laranja | 3 |
| 19 | RN | 2 | Branco-Azulada | 1 k Ω / azul | 3 |
| 20 | PR | 3 | Azul | 3,3 k Ω / azul | 2 |
| 21 | PE | 3 | Azul | 3,3 k Ω / azul | 2 |
| 22 | AL | 2 | Amarela | 1 k Ω / amarelo | 3 |
| 23 | SE | 3 | Amarela | 3,3k Ω / amarelo | 2 |
| 24 | SC | 3 | Branca | 3,3 k Ω / branco | 2 |
| 25 | RS | 2 | Laranja | 1 k Ω / laranja | 3 |
| 26 | PB | 3 | Amarelo | 3,3 k Ω / amarelo | 2 |
| 27 | DF | 5 | Laranja | 15 k Ω / alaranja | 2 |

3-) Soldamos cada LED (estrela) em série ao resistor correspondente a magnitude, em seguida colocamos os LEDs nos furos correspondentes a cada unidade federativa (Figura 12) conforme a Figura 1;



Figura 14: LEDs com seus respectivos resistores soldados em série.

4-) Na parte do painel em que foi guardado um espaço reservado aos interruptores foram instaladas as chaves liga/ desliga (Figura 15);

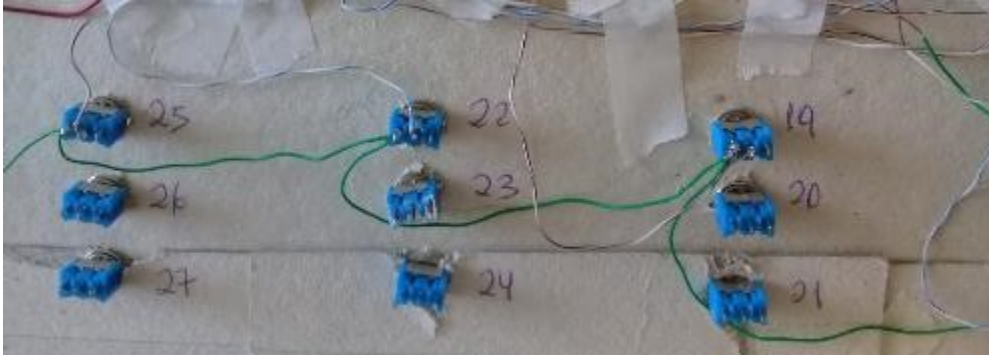


Figura 15: Verso do painel com os espaços reservados para os interruptores para ligar e desligar as estrelas.

5-) Soldamos os LEDs em série com os respectivos interruptores;

6-) Soldamos cada grupo de estrelas (LED, resistor e interruptor), associadas em paralelo e alimentadas por uma bateria de 9V (Figura 16);

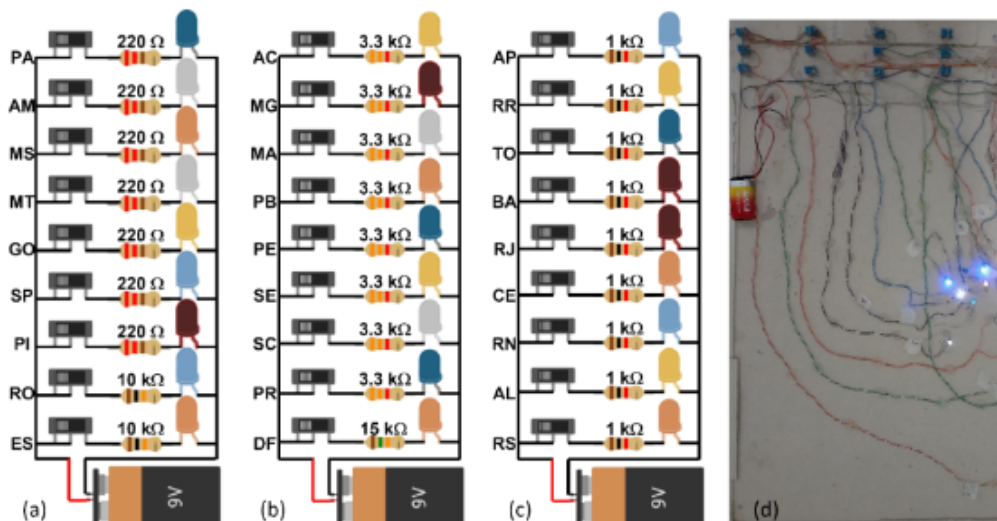


Figura 16: Circuitos para cada grupo de LEDs. (a) Grupo 1, de Magnitude 1 e 4. (b) Grupo 2, de Magnitude 3 e 5. (c) Grupo 3 de Magnitude 2. (d) Exemplo de um grupo no circuito real.

A instalação dos interruptores exigiu trabalho com coordenação motora fina, pois os alunos tiveram que fazer as furações nos locais de forma muito precisa utilizando, pregos, a ponta do ferro de solda, as pontas do pincel até constarmos a eficiência do uso de parafusos de rosca ligeira.

Embora tenhamos especificados algumas coordenadas para o trabalho, o professor de arte pode trabalhar a construção do painel com materiais diversos. Aqui foi utilizado o papel Paraná para que os alunos construíssem toda a estrutura do painel. Para pintura do painel foi utilizado tinta látex Acrilex, com isso os alunos puderam estudar as cores e suas pigmentações e fazer um comparativo das cores, relacionando com a luz resultante combinando as luzes dos LEDs.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com a combinações dos passos das seções 0 e 2.1, o painel resultante pode ser visto na Figura 17.

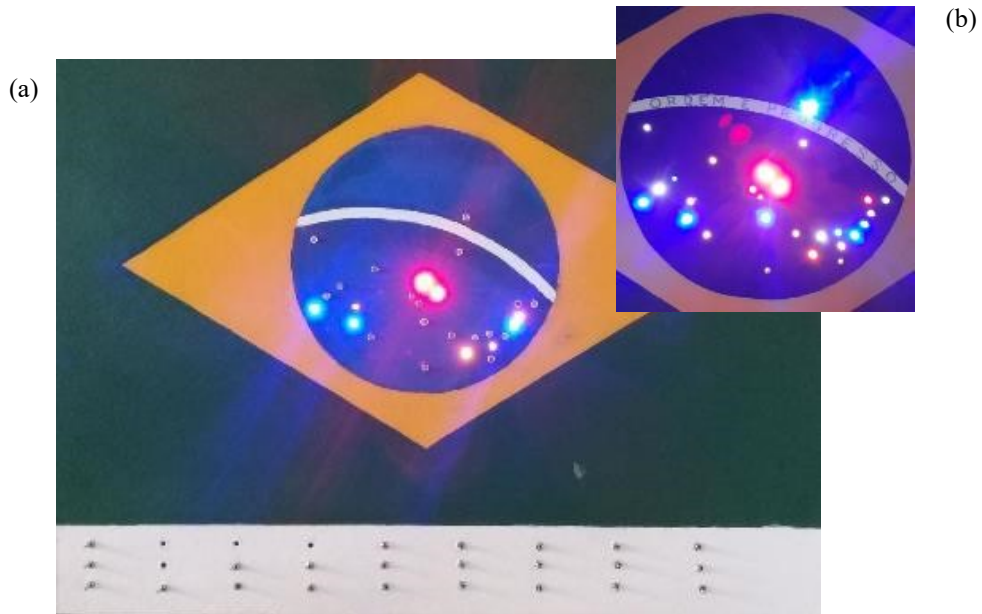


Figura 17: (a) Painel completo com apenas alguns dos LEDs acesos para não haver sobreposição da luz espalhada. (b) Zoom apenas na região da bandeira com o firmamento e todas as estrelas acendidas com suas respectivas cores.

Em termos estritos, assim como as leis jurídicas, que regem a cor verde com a qual deve ser escrita o lema na bandeira, no mesmo tom do retângulo da bandeira, a cor de todas as estrelas deveria estar em branco. Apesar disto, em analogia à liberdade artística para compor a bandeira, nos beneficiamos da liberdade pedagógica neste trabalho para propomos uma abordagem educacional, conforme os preceitos da nova BNCC. Para isso, introduzimos elementos na bandeira, na forma de um painel eletrônico interativo, para lhe conferir outras qualidades instrucionais: utilizamos o LED (*Light Emitting Diode*), que é um dispositivo eletrônico emissor de luz para acrescentar não apenas brilho às estrelas, mas também suas cores.

Apesar de para muitos passar despercebido, diferentes estrelas têm diferentes cores, e isto pode ser traduzido quantitativamente ao se determinar a fotometria dos objetos de interesse, conforme a equação (2), em dois filtros de cores diferentes. À diferença das magnitudes chamamos de cor, e percebemos visualmente em objetos um pouco mais avermelhados, como Antares (que representa o Piauí) ou azulados, como Spica (que representa o Pará).

As cores das estrelas estão diretamente relacionadas às suas temperaturas e suas idades, contando a história de evolução das estrelas por meio de interpretações adequadas de um gráfico conhecido como Diagrama Hertzsprung-Russel.

Esta opção tem um enorme poder agregador em objetos de conhecimento, visto que ela contempla diretamente quatro dos seis temas estruturadores preconizados pelos Parâmetros Curriculares do Ensino Médio PCN+ [4], e se enquadra na BNCC nas unidades temáticas “Vida, Terra e Cosmos” e “Matéria e Energia” [3]. Isto permite explorar objetos de conhecimento que vão desde constelações e mapas celestes; o movimento de rotação e de translação da Terra; estrutura da matéria e radiações; eletrônica; eletrodinâmica; componentes eletrônicos; circuitos elétricos até noções sobre fotometria, física do Sol e das estrelas. Estes últimos introduzidos na matriz curricular de Sergipe, conforme as habilidades preconizadas na BNCC inclusive para o ensino básico [21].

Após a apresentação de nosso produto na feira de ciências, realizamos uma pesquisa semiquantitativa a respeito dos conhecimentos básicos que os alunos da escola tinham com relação à Bandeira Nacional. Foi aplicado um questionário para alunos de uma turma de 2ª série e três turmas de 3ª série do turno vespertino, por serem turmas que a professora coordenadora lecionava. No dia da aplicação do questionário estavam presentes 71 alunos, sendo 42 do sexo feminino e 29 do sexo masculino. A professora, sem antes passar nenhuma informação a respeito da bandeira, orientou os alunos a responderem o questionário. Em seguida, os alunos que

construíram o painel conduziram toda interação dos demais com a Bandeira. Foi apresentado o painel para a turma com algumas estrelas destacadas, ou seja, LEDs ligados. Ao final, a professora solicitou que os estudantes respondessem às mesmas perguntas.

Na Figura 18 estão ilustradas as perguntas e os respectivos números de acertos antes e depois da interação com a Bandeira.

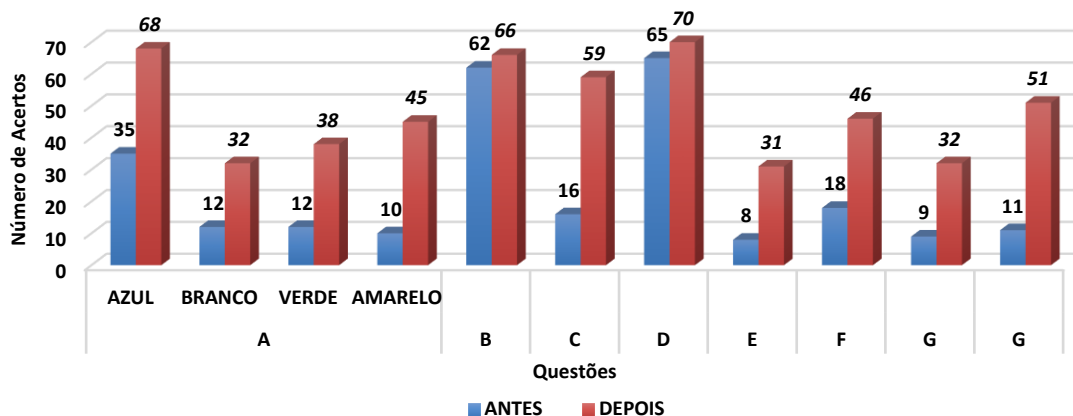


Figura 18: Número de acertos antes e depois da interação com o painel bandeira. Para simplificar a leitura do gráfico, organizamos as perguntas conforme os seguintes indicadores: A) O que representam as cores da bandeira? I. Azul, II. Branco, III. Verde, IV. Amarelo; B) O que representam as estrelas? C) O que representa a estrela isolada acima da faixa branca? D) Como se chamam os agrupamentos de estrelas utilizados na bandeira? E) Por que as estrelas são representadas por tamanhos diferentes? F) O que significa a frase "Ordem e Progresso"? G) Por que as estrelas possuem brilhos diferentes? H) Por que as estrelas possuem cores diferentes?

Observamos que houve um aumento significativo no número de acertos no que se refere às cores da bandeira. Já nas perguntas: "O que representam as estrelas na bandeira" e "Como se chama um agrupamento de estrelas?", concluímos haver a existência de conhecimentos prévios, visto que a diferença entre o número de erros e acertos foi mínimo. Com relação à pergunta: "O que representa a estrela isolada acima da faixa branca?", o número de acertos após a aplicação de nosso produto foi aproximadamente 3,5 vezes maior do que antes da interação, sendo também significativo o número de acertos para as demais questões exploradas na Figura 18.

Esse trabalho marcou de forma muito positiva na vida dos estudantes e culminou quando no Enem de 2020, em plena pandemia, ao fazerem a prova se depararam com a questão de número 148, do caderno amarelo, da prova de matemática, que tratava da bandeira nacional [22].

A fabricação da Bandeira Nacional deve obedecer ao descrito na Lei n. 5.700, de 1º de setembro de 1971, que trata dos Símbolos Nacionais. No artigo que se refere às dimensões da Bandeira, observa-se:

"Para cálculos das dimensões, será tomada por base a largura, dividindo-a em 14 (quatorze) partes iguais, sendo que cada uma das partes será considerada uma medida ou módulo (M). Os demais requisitos dimensionais seguem o critério abaixo:

I. Comprimento será de vinte módulos (20 M);

II. A distância dos vértices do losango amarelo ao quadro externo será de um módulo e sete décimos (1,7 M);

III. O raio do círculo azul no meio do losango amarelo será de três módulos e meio (3,5 M)."

BRASIL. Lei n. 5.700, de 1º de setembro de 1971. Disponível em: www.planalto.gov.br. Acesso em: 15 set. 2015.

A figura indica as cores da bandeira do Brasil e localiza o quadro externo a que se refere a Lei n. 5.700.



Um torcedor, preparando-se para a Copa do Mundo e dispo de cortes de tecidos verde (180 cm x 150 cm) e amarelo (o quanto baste), deseja confeccionar a maior Bandeira Nacional possível a partir das medidas do tecido verde.

Qual a medida, em centímetro, do lado do menor quadrado de tecido azul que deverá ser comprado para confecção do círculo da bandeira desejada? (ENEM 2020) [22].

Todos os alunos da 3ª série da escola que fizeram a prova lembraram imediatamente da apresentação do painel, e lograram êxito na resolução da questão, especialmente os dez alunos que fizeram parte da equipe que participaram da construção do painel.

Vale ressaltar que foi a primeira experiência dos estudantes numa feira de ciências estadual, e por isso, sentiram-se amplamente desafiados, pois em tempos em que a cor da roupa e a forma como pessoas se vestem, pode ser preconceituosamente interpretado, como uma maneira de identificação do grupo social e político em que está inserido, abordar essa temática foi bastante provocadora.

Nesse sentido, utilizamos o painel em forma da Bandeira Nacional, que é o símbolo de nossa nação, e suas cores e formas destacam aspectos representativos de nosso povo e não preferências políticas ou de governo, como forma de desmistificação. No dia da apresentação do trabalho na feira de ciências, os estudantes e as professoras vestiram-se com uma camisa na cor amarela, que para nossa surpresa, muitos visitantes da feira passavam pelo stand e não paravam por acharem que tinha algo de cunho político partidário. Porém, com a abordagem sensível, simpática e educada dos estudantes, os visitantes aos poucos foram perdendo a primeira impressão de que a cor amarela da roupa que vestiam e a bandeira do Brasil em forma de painel não tinha uma conotação política e sim mostrava, de forma diferente lúdica, que nosso maior símbolo nacional é uma fonte enorme de aprendizagem que envolve várias áreas do conhecimento. A repercussão foi tão positiva, passada a primeira impressão, que os estudantes não pararam um instante pois, cada pessoa que visitava o stand voltava trazendo outras para ouvir a explanação dos alunos sobre o painel.

4. CONCLUSÃO

A abordagem proposta, além de contemplar diretamente quatro dos seis temas estruturadores preconizados pelos Parâmetros Curriculares do Ensino Médio PCN+ a se conhecer: Som, imagem e informação; Equipamentos elétricos e telecomunicações; Matéria e radiação e Universo Terra e vida. Também explora o que de mais moderno tem se proposto como organizador curricular em Sergipe, com base nas habilidades e competências da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para Área de Ciências da Natureza. Em especial destacamos a ação de investigar situações-problema e avaliar aplicações do conhecimento científico e tecnológico e suas implicações no mundo, utilizando-se de procedimentos e linguagens próprios das Ciências da Natureza. Para tanto, os alunos propuseram soluções, considerando o contexto local e buscaram meios para comunicar os resultados que obtiveram a públicos variados. Eles precisaram então, para estes objetivos, interpretar textos de divulgação científica que tratavam da temática, disponíveis em diferentes mídias, além de construir estratégias de seleção de fontes confiáveis de informações.

Tiveram também que lidar com a apresentação dos dados, na forma de textos com equações, gráficos e tabelas, zelando pela consistência dos argumentos e pela coerência das conclusões.

Na questão interdisciplinar, diversos conceitos puderam ser explorados com os alunos, todos em harmonia com a matriz curricular que gradativamente se está explorando em Sergipe.

Da Matemática foram utilizadas habilidades que envolviam os sistemas de medida e suas conversões além de desenho de figuras geométricas planas, a exemplo do losango retângulo, circunferência e o arco associado à faixa do lema.

No momento da construção do circuito os alunos apropriaram-se de conhecimentos relativos à associação de resistores em série e paralelo, ao funcionamento de básico dos LEDs, da chave liga-desliga e de pilhas, bem como sobre associação em série e em paralelo desses componentes. Todos esses temas são objetos de conhecimentos abordados em eletrodinâmica. Para ver os circuitos materializados na prática, eles tiveram que aprender a fazer a soldagem desses componentes no circuito.

Os alunos também tiveram a oportunidade de aprimorar o conhecimento sobre a História da criação da atual Bandeira Nacional, bem como as peculiaridades envolvidas em sua construção. Em Geografia pode ser abordada os detalhes sobre o efeito da localização geográfica no aspecto do céu, o reconhecimento dos Estados e suas capitais desde a Proclamação da República até os dias atuais. Também entram em discussão sobre aspectos históricos, filosóficos e sociológicos, pois entenderam o contexto para localização de cada ente da federação na bandeira e perceberam, por exemplo, que as unidades da federação que fazem parte do Cruzeiro do Sul eram os estados de maior importância política e econômica no momento da Proclamação da República, sendo um dos fatores implícitos para a escolha dos Estados, na posição privilegiada do Cruzeiro do Sul, embora haja estrelas de mais destaque em termos de brilho, como Sírius, associada ao Mato Grosso, ou Canopus, a Goiás.

Eles aprenderam também importantes conceitos sobre Astronomia, todos agora fortemente preconizados na BNCC.

Como alternativa para uma abordagem interdisciplinar, o painel em forma de Bandeira Nacional pode ser usado por professores de diversas áreas de conhecimento. O professor pode fazer desde uma abordagem prática-experimental, em que os estudantes constroem o painel do zero, até a utilização do painel como instrumento de interação para transmissão do conhecimento de forma lúdica e participativa, pois vai chamar a atenção dos alunos para pontos que eles anteriormente não observaram.

5. AGRADECIMENTOS

Agradecemos muito carinhosamente à professora colaboradora: Ana Carla Oliveira de Araújo e aos alunos do projeto “Brilhando Além da Bandeira”, em ordem alfabética AROS (2º D); BBS (2º A); BVNS (2º A); CVS (2º E); CCSL (2º D); LASC (2º D); KBSM (2º E); MOS (2º E); SCOJ (2º D) e WSG (2º D). Apesar de terem que ser mantidos anônimos vocês sabem quem são.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. de Mello MTC. *A República consentida*. Rio de Janeiro: Editora FGV; 2012.
2. da Silva ÍB, de Oliveira Tavares OA. Uma pedagogia multidisciplinar, interdisciplinar ou transdisciplinar para o ensino/aprendizagem da física. *HOLOS*. 2005;1:4-12. doi: 10.15628/holos.2005.52
3. Brasil. Ministério da Educação (MEC). Base Nacional Curricular Comum – BNCC [Internet]. Brasília (DF): MEC; 2018 [acesso em 29 nov 2021]. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf
4. Brasil. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCN+ Ensino Médio – Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias [Internet]. Brasília (DF): MEC; 2006 [acesso em 29 nov 2021]. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>
5. Sergipe. Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura DED/SEDUC. [Internet] Aracaju (SE): Currículo de Sergipe Etapa Ensino Médio; 2021 [citado em 19 jan 2022]. Disponível em:

- <https://siae.seduc.se.gov.br/siae.servicefile/api/File/Downloads/958c9176-5877-4d98-b983-1e2be88e5727>
6. Marcondes S. Brasil, amor à primeira vista!: Viagem ambiental no Brasil do século XVI ao XXI. São Paulo: Editora Peirópolis; 2005.
 7. Seyssel R. O Positivismo e a Bandeira brasileira. Rickardo [Internet]; 15 fev 2005 [citado em 09 ago 2022]. Available from: https://www.rickardo.com.br/arquivos/posit_bandbras.pdf
 8. Bernad G. Sphère armillaire de l'Encyclopédie de Diderot et D'Alembert [Internet]. Encyclopédie, Astronomie, pl. II; 1767. Disponível em: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/df/Sph%C3%A8re_armillaire_de_l%27Encyclop%C3%A9die_de_Diderot.jpg
 9. Lyra W. O céu como bandeira: A contribuição da Astronomia para o regime republicano [Internet]; [citado em 25 abr 2020]; Disponível em: <https://docplayer.com.br/1986152-O-ceu-como-bandeira-a-contribuicao-da-astronomia-para-o-regime-republicano.html>
 10. Lima V. Uma viagem com Debret. Rio de Janeiro: Zahar; 2004.
 11. Ferris T. O despertar na Via Láctea: uma história da Astronomia. Campus; 1990.
 12. Bruno G. De gl'eroici furori [Internet]. Itália: Letteratura italiana Einaudi; 1585 [acesso em 29 nov 2020]. Seconda parte , dialogo terzo; p. 170. Disponível em: http://www.letteraturaitaliana.net/pdf/Volume_5/t113.pdf
 13. Brasil. Lei nº 4, de 19 de novembro de 1889. Estabelece os distintivos da bandeira e das armas nacionais, e dos sellos e sinetes da Republica [Internet]. Disponível em: <https://www.legisweb.com.br/legislacao/?id=114770>
 14. Macedo AC, Figueiredo AC, Scarano Jr S. Constelações e a diferença entre Astronomia, Astrofísica e Astrologia: lições entre o símbolo e a coisa simbolizada. In: Souza DN, organizadora. Ensino de Física: do olhar à prática. São Cristóvão (SE): Editora da UFS; 2019. p. 68-98
 15. Coimbra RO. A bandeira do Brasil: raízes histórico-culturais. Rio de Janeiro: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE); 2000.
 16. Benoit LO, Comte A. fundador da Física Social. São Paulo: Moderna; 2002.
 17. Sobel D. Longitude: a verdadeira história do gênio solitário que resolveu o maior problema do século XVIII. São Paulo (SP): Companhia das Letras; 2008.
 18. Ridpath I. "Urania's Mirror". Ian Ridpath's Old Star Atlases in public domain [Internet]. London (UM): Wikipedia; 1824 [acesso em 29 nov 2021]. Disponível em: <http://www.ianridpath.com/atlases/urania.htm>
 19. de La Caille NL. Coelum australe stelliferum. Parisiis: sumptibus Hipp. Lud. Guerin et Lud. Fr. Delatour. E-RARA [Internet]; 1763 [acesso em 28 nov 2021]. Disponível em: <https://www.e-rara.ch/zut/content/titleinfo/152572>
 20. YouTube^{BR}, ASTUTOS-UFS [Internet]. Fotometria e Sinal/Ruido: Por que Observamos a Lua Durante o Dia e não as Estrelas? 19 jun 2019 [acesso em 28 nov 2021]. Disponível em: <https://youtu.be/iSKOOxSf-04>
 21. Sergipe. Currículo de Sergipe Educação Infantil e Ensino Fundamental. Secretaria de Estado da Educação, da Cultura e do Esporte, 2018. Disponível em: http://www.seed.se.gov.br/arquivos/1CURRÍCULO_DE_SERGIPE_2019_COMPLETO.pdf
 22. Ministério da Educação, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). ENEM 2020: Prova de Ciências da Natureza e suas tecnologias; Prova de Matemática e suas tecnologias [Internet]. 2º dia, caderno 5, amarelo. Brasília (DF): INEP; 2020 [citado em 27 mai 2022]. Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2020_PV_impresso_D2_CD5.pdf