



# Análise numérica do comportamento mecânico de placas finas perfuradas de material compósito sob flexão

Numerical analysis of the mechanical behavior of thin perforated composite material plates under bending

S. Troian<sup>1\*</sup>; C. C. C. Da Silva<sup>1</sup>; L. A. O. Rocha<sup>2</sup>; E. D. dos Santos<sup>1</sup>; L. A. Isoldi<sup>1</sup>; M. de V. Real<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Escola de Engenharia (EE), Universidade Federal do Rio Grande (FURG), 96203-900, Rio Grande-RS, Brasil

<sup>2</sup>Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC), Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), 90050-170, Porto Alegre-RS, Brasil

\*sandrotroian@hotmail.com

(Recebido em 14 de setembro de 2014; aceito em 29 de dezembro de 2014)

Este trabalho busca analisar numericamente o comportamento mecânico de placas de dois materiais compósitos submetidas à flexão causada por um carregamento estático transversal uniforme, comparando com o comportamento de uma placa de material isotrópico. Todas as placas estudadas possuem uma perfuração elíptica centralizada. De acordo com o método Constructal Design, esse furo elíptico pode variar em função do parâmetro  $H_0/L_0$  (relação entre os semi-eixos da elipse), entretanto a relação entre o volume da perfuração e o volume da placa ( $\phi$ ) é mantida constante. Dessa maneira é possível avaliar a influência da geometria do furo no comportamento mecânico das placas, tendo como objetivo minimizar a deflexão sofrida pela placa. Além disso, foram consideradas ainda três condições de vinculação para as placas: apoiada nos quatro lados, engastada nos quatro lados e apoiada em dois lados e engastada nos outros dois. Um modelo computacional desenvolvido no software ANSYS, que é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF), foi empregado para simular numericamente a flexão nas placas. Os resultados mostraram que a geometria do furo pode influenciar de maneira significativa na performance das placas como componentes estruturais. Melhorias de até aproximadamente 115% foram obtidas para a deflexão máxima da placa.

Palavras-chave: Materiais Compósitos, Flexão, Método dos Elementos Finitos (MEF)

This paper seeks to analyze numerically the mechanical behavior of plates made of two composite materials submitted to bending caused by an uniform transverse static loading, when compared to the behavior of an isotropic material plate. Plates with a centered elliptical hole are considered in this study. According to Constructal Design method, this elliptical hole can vary as a function of the parameter  $H_0/L_0$  (ratio between semi-axes of the ellipse). However, the ratio between hole volume and plate volume ( $\phi$ ) is kept constant. Thus it is possible to evaluate the influence of the hole geometry on the mechanical behavior of the plate with the objective of minimizing the deflection suffered by the plate. In addition, plates with three different kinds of boundary conditions were considered: simply supported on four sides, clamped on four sides and simply supported on two opposite sides and clamped on the other two. A computational model developed in ANSYS software, which is based on the Finite Element Method (FEM), was used to numerically simulate the bending on the plates. The results showed that the hole geometry has a significant influence on the performance of plates as structural components. Improvements up to approximately 115% were obtained for the maximum deflection of the plate.

Keywords: Composite Materials, Bending, Finite Element Method (FEM)

## 1. INTRODUÇÃO

Uma das principais características da engenharia é a busca por performances superiores, seja de equipamentos, processos ou mesmo materiais. O crescimento da indústria naval e aeronáutica direcionou essa tendência à busca de materiais mais leves, ao mesmo tempo mais resistentes e principalmente menos sensíveis à corrosão: os materiais compósitos [1].

Entre os diversos tipos de componentes estruturais, as placas, que se caracterizam por possuírem espessura muito menor que as outras dimensões, são amplamente utilizadas na engenharia. Entretanto, muitas vezes, é necessária a presença de perfurações nessas placas, seja para a passagem de tubulações e cabos de energia, para acesso de serviços de manutenção e até mesmo em alguns casos pela necessidade de redução do peso próprio da estrutura. Porém a presença desses furos interfere diretamente no comportamento mecânico desses componentes.

Atualmente diversos estudos envolvendo placas de material compósito estão sendo desenvolvidos. Noor [2] documentou as principais formas de análise de materiais compósitos, as futuras tendências e as melhorias que se fazem necessárias a fim de se conseguir respostas mais precisas. Naik e Nemani [3] estudaram experimentalmente e analiticamente os danos causados por carregamentos estáticos transversais no centro da placa. Analisaram também o efeito de reforços na placa, como por exemplo, o aumento do limite de carga para início de danos. Xiwu et al. [4] deduziram uma nova forma de análise de placas compósitas, baseados na teoria clássica de placa, analisaram placas de material compósito possuindo vários furos elípticos, levando em consideração o número de orifícios, a localização e geometria dos mesmos. Concluíram que, em geral, furos próximos causam maiores concentrações de tensões exceto para o caso em que os furos estejam na mesma direção da força aplicada, e que existe uma disposição de furos elípticos que causam tensões menores que o furo circular. Helbig et al. [5], estudaram numericamente a distribuição de tensões e deflexões em placas finas fabricadas com diferentes tipos de materiais compósitos submetidas à flexão por carga distribuída, comparando-a com placas de aço idênticas sob as mesmas condições. Foi considerado para os materiais compósitos uma variação no número de camadas e na orientação de fibras. Concluíram que os materiais compósitos dependem muito do arranjo das fibras internas e que em muitos casos conseguem valores de tensão e deflexão muito próximos ou até melhores que o aço. Reddy et al. [6], realizaram uma análise em placas de material compósito simplesmente apoiadas submetidas à uma carga distribuída, provocando flexão. Variações geométricas de espessura e do módulo de elasticidade foram consideradas. Foi observado que as deformações diminuem e as tensões aumentam conforme se eleva as dimensões, espessura e módulo de elasticidade da placa. Aydin et al. [7], estudaram, através de elementos finitos, a flambagem de placas quadradas feitas de material compósito Fibra de Vidro/Poliéster com furo elíptico centralizado. Foi considerado um furo padrão, variando seu posicionamento de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ . Foi concluído que quanto mais elipsoidal for o furo, menor a carga crítica; que o posicionamento longitudinal estando normal à carga também diminui a carga crítica; e que o posicionamento das fibras a  $0^\circ$  e  $90^\circ$  proporcionam uma maior resistência mecânica. Riyah e Ahmed [8], utilizando o conceito de carregamentos uniaxiais, realizaram uma investigação experimental e teórica do efeito da concentração de tensões em placas finas de material compósito, submetidas à tração, possuindo ainda, perfurações de diferentes formatos. Dentre os resultados obtidos, verificou-se que aumentando o número de camadas da placa observa-se uma redução das tensões e deformações, enquanto que um aumento das dimensões das perfurações e/ou largura da placa, provoca um crescimento das tensões e deformações. Jain [9] estudou através de simulação numérica a distribuição de tensões e as deflexões em placas compósitas finas, com furo circular central e submetidas a cargas transversais. Furos de vários diâmetros, e três condições de vinculação para a placa foram analisados. Foi concluído que as tensões variam muito de acordo com o tamanho do furo e de acordo com as três diferentes condições de contorno, a mínima deflexão ocorreu para a condição engastada e a máxima ocorreu para a simplesmente apoiada. Por fim, Jain e Mittal [10] analisaram o efeito das inúmeras possibilidades de orientação das fibras na concentração de tensões em uma placa de material compósito Fibra de Vidro/Epóxi, com furo circular central e sob carregamento transversal estático, obtendo assim, uma distribuição de tensões única na placa bem como deflexões diferentes, conforme a orientação das fibras na mesma.

Sendo assim, o presente trabalho compara as deflexões em placas retangulares com perfurações elípticas centralizadas, submetidas à flexão provocada por uma carga transversal uniformemente distribuída. Três materiais, um isotrópico de referência e outros dois compósitos: Boro/Alumínio e Fibra de Vidro/Epóxi foram considerados, bem como três condições de vinculação para as placas, tendo como referência o trabalho de Jain [9]. Além disso, mantendo constante a relação entre o volume do furo e o volume da placa ( $\phi$ ) a geometria

do furo elíptico foi variada através da relação entre suas dimensões características ( $H0/L0$ ). As análises foram realizadas através da modelagem computacional utilizando o software ANSYS, que é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF). O modelo numérico foi verificado com base nos resultados apresentados em Jain [9].

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1 Materiais compósitos

Um material compósito é definido como a combinação de dois ou mais materiais com propriedades distintas, que juntos, originam um terceiro material que apresentará qualidades características de cada componente que o constitui ou ainda propriedades únicas, resultantes da união dos componentes. Dentre essas qualidades ou propriedades adquiridas, as principais são: redução do peso quando comparado aos materiais homogêneos e isotrópicos, resistência à corrosão e abrasão, estética, dureza e resistência estática e à fadiga [11].

Um material compósito é formado por inclusões de fibras ou partículas suspensas em uma matriz, formando uma lâmina. Essas fibras ou partículas são os principais responsáveis pelas características mecânicas do material, pois são na direção delas que se obtêm os melhores resultados, logo, a composição, comprimento, forma e orientação das mesmas são de grande importância na análise do material. A matriz é responsável por unir os materiais, transferir as solicitações mecânicas aos elementos suspensos e protegê-los da agressividade do ambiente [1, 12]. O uso de partículas visa o incremento de outras propriedades, como: condutividade ou isolamento térmico e elétrico; resistência a altas temperaturas; redução de atrito; resistência ao desgaste superficial; aumento da dureza superficial; e redução de custos [13]. A classificação dos materiais compósitos segundo seu reforço é esquematizada na Figura 1.

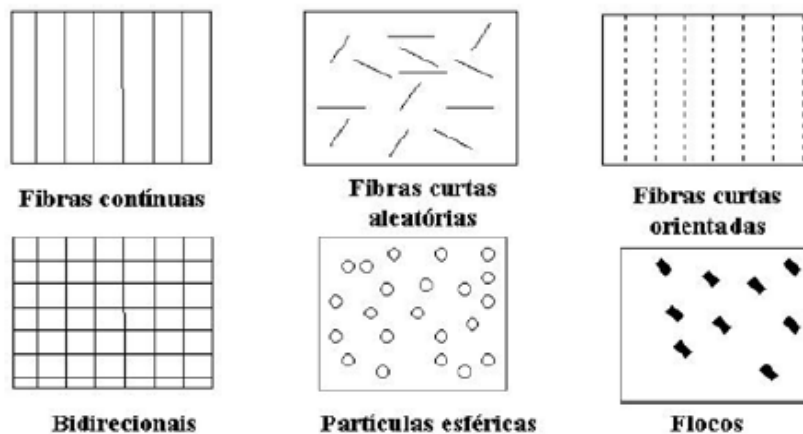


Figura 1: Classificação dos materiais compósitos segundo seu reforço [1].

As lâminas podem ser agrupadas conforme a necessidade. Esse conjunto é considerado perfeitamente colado pela matriz, sem deslizamento entre camadas de maneira que os deslocamentos são contínuos através das lâminas [13].

A maioria dos materiais utilizados atualmente são homogêneos e isotrópicos, caracterizados por ter as mesmas características mecânicas em qualquer ponto e direção. Já os materiais compósitos são considerados heterogêneos por apresentar propriedades diferentes em cada ponto e estes pontos podem apresentar características mecânicas ortotrópicas ou anisotrópicas, o primeiro é caracterizado por ter características mecânicas diferentes em duas ou três direções mutuamente perpendiculares pré-definidas, enquanto que o anisotrópico é caracterizado por ter características mecânicas diferentes em todas as direções [13]. Os compósitos anisotrópicos de fibras descontínuas e desalinhadas tem uma eficiência menor que os compósitos com fibras contínuas e alinhadas em uma direção [1].

## 2.2 Elementos finitos e modelo computacional

A essência do Método dos Elementos Finitos (MEF) é a divisão de um domínio em vários elementos finitos, que podem ter diferentes formas e tamanhos. O comportamento de cada elemento é arbitrado de forma aproximada com a condição de que a malha formada pelos elementos se comporte de forma semelhante ao contínuo original. O MEF transforma o meio contínuo em inúmeros elementos menores e considera as forças nodais de interação entre esses elementos, mantendo as propriedades do meio original. Esses pequenos elementos são descritos por equações algébricas de equilíbrio, a partir do qual se tem um sistema de equações equivalente à malha utilizada. Aplicando condições externas obtêm-se a solução em termos de deslocamentos nodais [13].

Devido à complexidade de análise do material compósito e de geometria devido aos furos, utilizou-se o software ANSYS<sup>®</sup>, que é um pacote de Elementos Finitos de solução numérica, caracterizado e reconhecido pela ampla aplicabilidade em diversos problemas de engenharia. Esses problemas incluem estática e dinâmica, análise estrutural, transferência de calor, problemas com fluidos, bem como problemas acústicos e eletromagnéticos [14].

O ANSYS<sup>®</sup> possui vários tipos de elementos em sua base de dados, cada tipo de elemento possui características próprias, portanto cada elemento é indicado para um tipo de análise. Para esta análise de placas perfuradas, feitas de material compósito ou isotrópico, utilizou-se o elemento SHELL 99, que possui oito nós e seis graus de liberdade por nó, ou seja, translações nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , e rotações em torno dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , totalizando vinte e quatro graus de liberdade por elemento. As informações necessárias ao software são o número e a espessura das camadas, a orientação das fibras e as propriedades do material segundo o sistema de referência do software [15]. A estrutura do elemento SHELL 99 está representada na Figura 2.

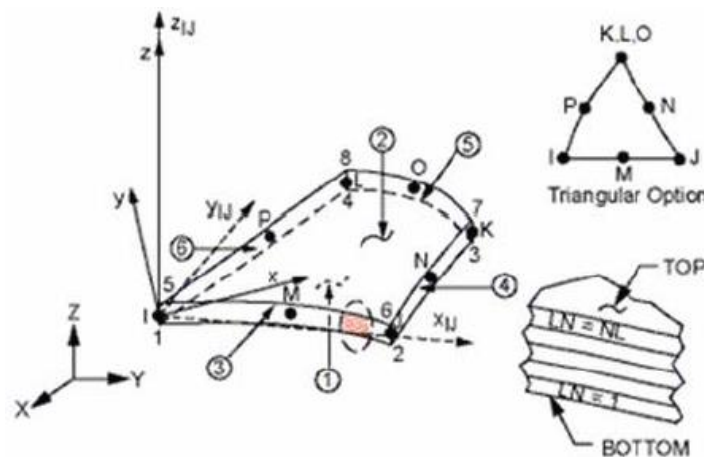


Figura 2: Elemento Shell 99 [15].

## 2.3 Estudo de caso

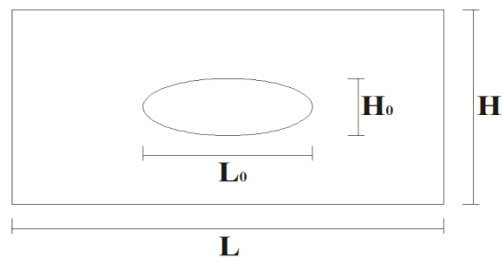
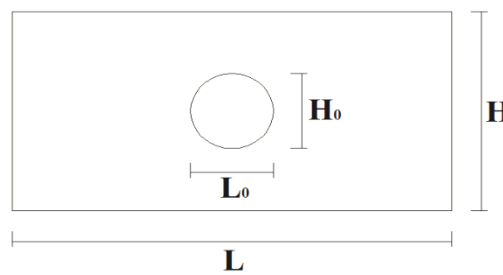
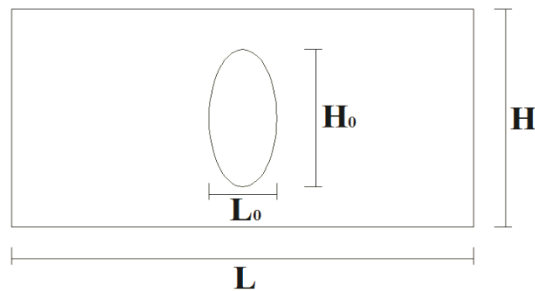
A análise se baseia no estudo numérico de placas finas perfuradas submetidas à flexão. Foi considerada uma placa com comprimento  $L = 200$  mm, altura  $H = 100$  mm e espessura  $t = 1$  mm, formada por apenas uma camada de fibras orientadas a  $0^\circ$  em relação ao seu eixo longitudinal ( $x$ ). A flexão é causada por um carregamento uniformemente distribuído aplicado perpendicularmente à placa (plano  $xy$ ), com intensidade de 1 Pa. Considerou-se duas placas de material compósito, uma de Fibra de Vidro/Epóxi e outra de Boro/Alumínio. Para fins de comparação, foi considerada uma placa de material isotrópico, submetida às mesmas condições das placas compósitas. Esses materiais são os mesmos usados no trabalho de Jain [9] e suas propriedades mecânicas são apresentadas na Tabela 1.

Na Tabela 1,  $E$  é o módulo de elasticidade do material,  $G$  é o módulo de elasticidade transversal do material,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson do material e  $x$ ,  $y$  e  $z$  representam os eixos do sistema de coordenadas cartesiano ao qual a placa é referenciada.

Tabela 1: Propriedades dos materiais utilizados na análise.

Propriedades	Material		
	Fibra de Vidro/Epóxi	Boro/Alumínio	Isotrópico
$E_x$	39,00 GPa	235,00 GPa	39,00 GPa
$E_y$	8,60 GPa	137,00 GPa	-
$E_z$	8,60 GPa	137,00 GPa	-
$G_{xy}$	3,80 GPa	47,00 GPa	77,00 GPa
$G_{yz}$	3,80 GPa	47,00 GPa	-
$G_{zx}$	3,80 GPa	47,00 GPa	-
$\nu_{xy}$	0,28	0,30	0,30
$\nu_{yz}$	0,28	0,30	-
$\nu_{zx}$	0,28	0,30	-

As placas possuem furos elípticos centralizados, que podem variar sua geometria de acordo com a relação  $H_0/L_0$ , onde  $H_0$  é o semi-eixo transversal da elipse e  $L_0$  o semi-eixo longitudinal da elipse, conforme mostrado nas Figuras 3, 4 e 5.

Figura 3: Configuração da perfuração para  $H_0/L_0 < 1$ .Figura 4: Configuração da perfuração para  $H_0/L_0 = 1$  (circular).Figura 5: Configuração da perfuração para  $H_0/L_0 > 1$ .

Para definir a variação da relação  $H_0/L_0$  é preciso definir uma fração de volume para o furo, ou seja, a quantidade de material que será retirada em relação à quantidade total de material da placa, que é dada por:

$$\phi = \frac{V_0}{V} = \frac{\text{VolumedoFuro}}{\text{VolumedaPlaca}} = \frac{\pi H_0 L_0}{4HL} \quad (1)$$

O parâmetro  $\phi$ , definido pela Equação (1), é mantido constante e garante que seja feita uma comparação justa entre as diferentes geometrias de furo analisadas, permitindo ainda determinar para um dado valor de  $\phi$  qual relação  $H_0/L_0$  conduz a um melhor desempenho estrutural.

A Tabela 2 demonstra os valores utilizados para o cálculo das frações de volume adotadas nesse trabalho. Para isso considerou-se as dimensões referentes a duas placas com furos circulares estudadas por Jain [9].

Tabela 2: Dimensões utilizadas por Jain [9] e utilizadas no cálculo do  $\phi$ .

$L_0$ (m)	$H_0$ (m)	$L$ (m)	$H$ (m)	$\phi$
0,04	0,04	0,2	0,1	0,06
0,08	0,08	0,2	0,1	0,25

Para este caso  $\phi$  varia de acordo com as dimensões do furo  $H_0$  e  $L_0$  já que os valores de  $H$  e  $L$  da placa são fixos. Considerando um  $\phi$  constante (Tabela 2), variando uma das dimensões do furo ( $H_0$ ) e aplicando a Equação (2) o valor da outra dimensão do furo ( $L_0$ ) é determinado.

Cabe destacar que esse procedimento, levando em conta a variação da relação  $H_0/L_0$  para um determinado valor de  $\phi$ , consiste na aplicação do método *Constructal Design* [16, 17, 18], que no presente trabalho tem como função objetivo minimizar a deflexão sofrida pela placa através da definição da geometria ótima da perfuração.

Além disso, três diferentes condições de vinculação para a placa foram analisadas (Figura 6): (a) todos os lados são simplesmente apoiados; (b) todos os lados são engastados; e (c) dois lados são engastados e os outros dois são simplesmente apoiados.

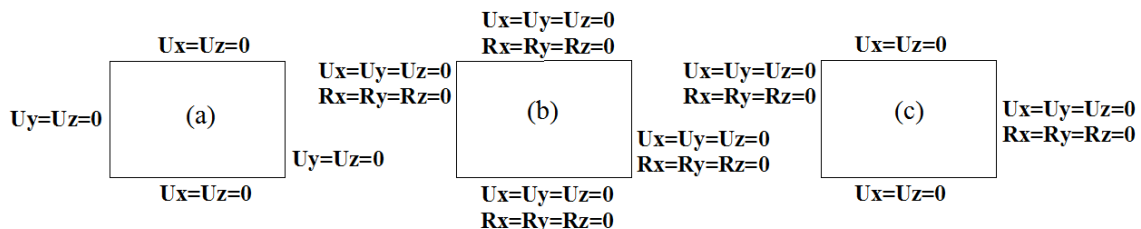


Figura 6: Condições de contorno utilizadas.

## 2.4 Verificação do modelo numérico

A escolha do refinamento de malha adequado é um dos principais desafios no uso do MEF. Então, para definir a dimensão da malha foi realizado um teste de independência de malha utilizando uma placa de material isotrópico, idêntica ao modelo proposto, e previamente estudada por Jain [9]. Este teste visa determinar a chamada malha independente, ou seja, a malha que gera resultados precisos com o mínimo possível de esforço computacional. Para isso, é necessária a realização de diversas simulações numéricas com refinamentos sucessivos de malha, para a placa em estudo. O critério de convergência adotado definiu a malha independente quando duas simulações sucessivas apresentarem nos resultados de deflexão da placa diferenças relativas menores que 0,2% para a deflexão da placa:

$$\left| \frac{U_z^n - U_z^{n+1}}{U_z^n} \right| \cdot 100 \leq 0,2\% \quad (2)$$

sendo  $U_z$  o deslocamento transversal ou a deflexão da placa (m),  $n$  indicando a malha menos refinada e  $n+1$  indicando a malha mais refinada.

A Tabela 3 mostra os resultados para as deflexões, obtidas para sucessivos refinamentos de malha, bem como suas referidas diferenças relativas percentuais.

Tabela 3: Teste de Convergência de Malha

Vinculação	Tamanho do elemento (mm)	$U_z$ ( $\mu\text{m}$ )	Diferença (%)
(a)	20,00	0,277	1,44%
	10,00	0,281	1,07%
	5,00	0,284	0,35%
	2,50	0,285	0,00%
	1,25	0,285	-
(b)	20,00	0,065	7,13%
	10,00	0,069	2,32%
	5,00	0,071	0,42%
	2,50	0,071	0,00%
	1,25	0,071	-
(c)	20,00	0,227	2,64%
	10,00	0,233	1,29%
	5,00	0,236	0,42%
	2,50	0,237	0,00%
	1,25	0,237	-

Analisando a Tabela 3, observa-se que a malha com comprimento característico de 2,50 mm apresentou resultados de acordo com o critério de convergência, Equação (2), logo, esta foi considerada a malha independente para o presente estudo.

Então, para verificar o modelo computacional desenvolvido, os resultados obtidos com a malha independente foram comparados aos apresentados por Jain [9]. Para as vinculações (a), (b) e (c) os valores obtidos com o presente estudo e os apresentados por Jain [9] foram os idênticos e respectivamente iguais a:  $U_z = 0,285 \mu\text{m}$ ;  $U_z = 0,071 \mu\text{m}$ ; e  $U_z = 0,237 \mu\text{m}$ . Portanto é possível afirmar que o modelo computacional utilizado foi verificado.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Figura 7 são apresentadas as deflexões ( $U_z$ ) máximas para as duas frações de volume do furo  $\phi = 0,06$  e  $\phi = 0,25$ , considerando as três condições de vinculação para a placa (Figura 6) em função das diferentes geometrias para o furo elíptico ( $H_0/L_0$ ) adotadas neste estudo.

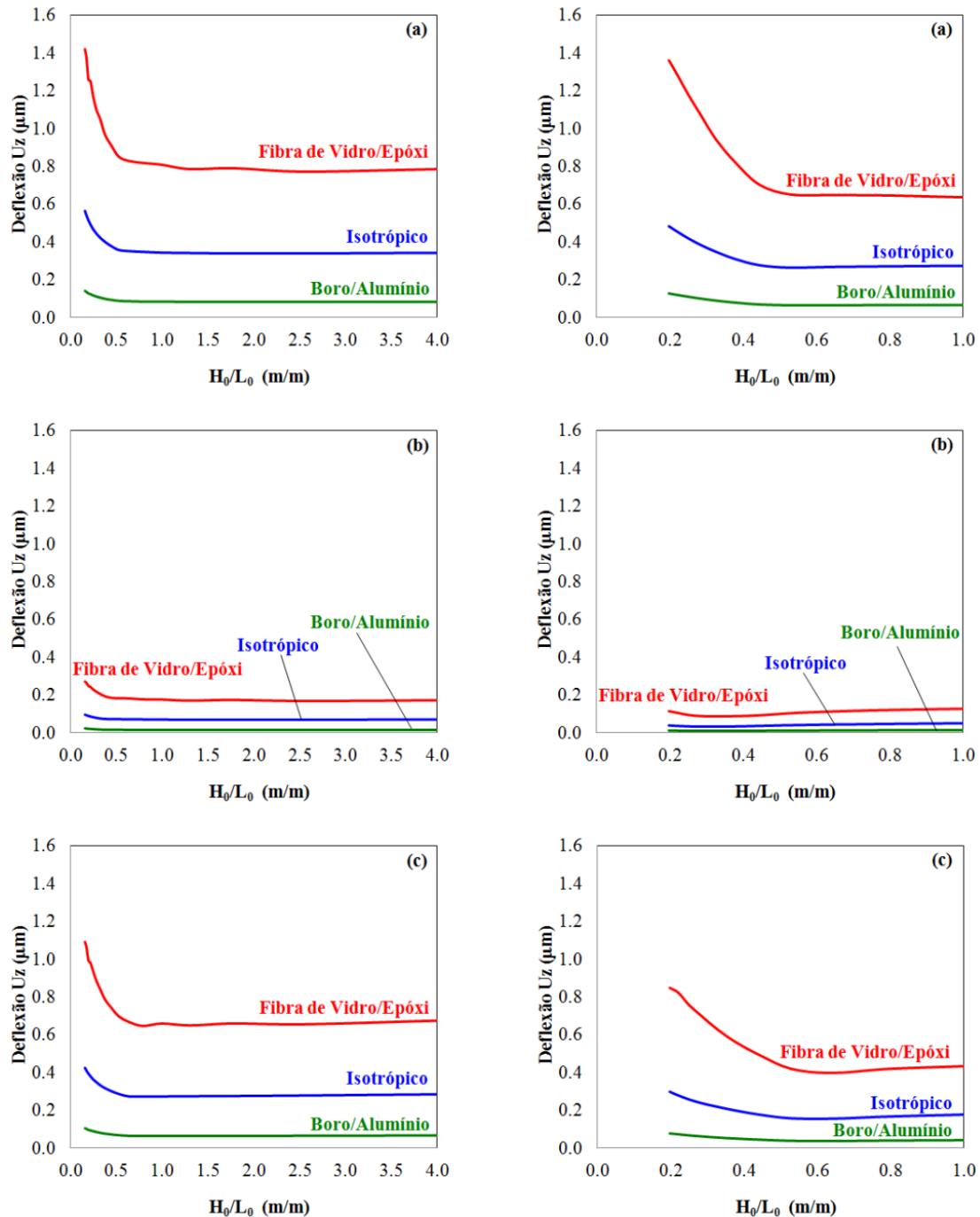


Figura 7: Deflexões máximas considerando as condições de vinculação (a), (b) e (c) e as frações de volume  $\phi = 0.06$  e  $\phi = 0.25$ .

Analisando os gráficos da Figura 7, observa-se que todos os materiais apresentam um comportamento similar em todas as condições de vinculação no que diz respeito à influência da geometria do furo na deflexão da placa, ou seja, os valores máximos de deflexão  $U_z$  ocorrem para os menores valores de  $H_0/L_0$  e conforme a relação  $H_0/L_0$  cresce os valores tendem a se estabilizar para todas as vinculações analisadas.

Além disso é possível notar também que em todas as situações analisadas as placas de Boro/Alumínio apresentaram sempre deflexões de menor valor, em comparação com as placas de outros materiais. Já as placas de Fibra de Vidro/Epóxi foram as que sofreram as maiores deflexões em todos os casos, enquanto que as placas de material isotrópico sempre apresentaram deflexões de magnitude intermediária.



Foi possível observar também que a variação de  $H_0/L_0$  nas placas de Boro/Alumínio não causa uma influência significativa na deflexão, independentemente da fração de volume do furo e do tipo de vinculação da placa. Porém, para as placas de material isotrópico e, principalmente, para as de Fibra de Vidro/Epóxi, a variação de  $H_0/L_0$  pode proporcionar melhorias significativas na deflexão, ou seja, a geometria do furo pode diminuir consideravelmente a deflexão sofrida pela placa.

Como recomendação, considerando os casos analisados, é possível indicar para  $\phi = 0,06$  e para  $\phi = 0,25$  que sejam usadas perfurações elípticas com  $H_0/L_0 \geq 0,80$  e  $H_0/L_0 \geq 0,60$ , respectivamente, em placas submetidas à flexão.

#### 4. CONCLUSÃO

Nesse trabalho foi realizada uma análise numérica do comportamento mecânico de duas placas de material compósito e uma de material isotrópico, sob diferentes condições de vinculação, possuindo um furo elíptico centralizado e sujeitas à flexão. Duas frações de volume para o furo foram consideradas. A geometria do furo foi variada com base no método Constructal Design, visando determinar qual geometria conduziria a uma performance superior do elemento estrutural, ou seja, desenvolvesse uma menor deflexão máxima. Para isso um modelo computacional desenvolvido no software ANSYS, que é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF), foi empregado após sua verificação. Um estudo de independência de malha foi também apresentado.

Os resultados mostraram que para a maioria das situações analisadas é possível minimizar a deflexão máxima sofrida pela placa apenas alterando a geometria do furo. As placas de Boro/Alumínio foram menos sensíveis à variação de geometria do furo. Entretanto melhorias significativas foram encontradas para as placas de Fibra de Vidro/Epóxi e de material isotrópico. Um exemplo disso é a redução relativa de aproximadamente 115% na deflexão da placa de Fibra de Vidro/Epóxi simplesmente apoiada com fração de volume  $\phi = 0,25$ , obtida apenas pela variação da geometria do furo. Cabe destacar ainda que as placas de Boro/Alumínio foram as que apresentaram menores deflexões em todas as situações consideradas.

Considerando as vantagens inerentes dos materiais compósitos, seu comportamento mecânico similar ao de um material isotrópico e a possibilidade de melhorar seu desempenho através de estudos envolvendo a modelagem computacional e um método de otimização geométrica, fica justificada a continuidade dessa pesquisa.

#### 5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq, à CAPES e à FURG por dar condições para o desenvolvimento dessa pesquisa.

#### 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Ventura AMFM. Os compósitos e a sua aplicação na reabilitação de estruturas metálicas. C Tecn Mat. 2009 Jul;21(3-4):10-19.
2. Noor AK. Mechanics of anisotropic plates and shells - a new look at an old subject. Comput Struct. 1992 July;44(3):499-514, doi:10.1016/0045-7949(92)90383-B.
3. Naik NK, Nemani B. Initiation of damage in composite plates under transverse central static loading. Compos Struct. 2001 May;52(2):167-172, doi:10.1016/S0263-8223(00)00164-1.
4. Xiwu X, Liangxin S, Xuqi F. Stress concentration of finite composite laminates weakened by multiple elliptical holes. Int J Solids Struct. 1995 Oct;32(20):3001-14, doi:10.1016/0020-7683(94)00301-C.
5. Helbig D, da Silva CCC, Real MV, Vaz J, Rocha LAO, dos Santos ED, Isoldi LA. Análise numérica do comportamento mecânico sob flexão de placas finas de material compósito laminado reforçado por fibras. Vetor. 2013 Nov;23(2):5-15.

6. Reddy BS, Reddy AR, Kumar JS, Reddy KVK. Bending analysis of laminated composite plates using finite element method. *Int J Eng Sci Tech.* 2012;4(2):177-190, doi:<http://dx.doi.org/10.4314/ijest.v4i2.14>.
7. Aydin KM, Faruk S, Akin A, Nurettin A. Buckling analysis of laminated composite plates with an elliptical/circular cutout using FEM. *Adv Eng Softw.* 2010 Feb;41(2):161-64, doi:10.1016/j.advengsoft.2009.09.005.
8. Riyah NK, Ahmed NE. Stress Analysis of composite plates with different types of cutouts. *Anbar J Eng Sci.* 2009;2(1):11-29.
9. Jain NK. Analysis of Stress Concentration and Deflection in Isotropic and Orthotropic Rectangular Plates with Central Circular Hole under Transverse Static Loading. *World Acad Sci Eng Tech.* 2009 Dec;3(12):407-13.
10. Jain NK, Mittal ND. Effect of fibre orientation on stress concentration factor in a laminate with central circular hole under transverse static loading. *Indian J Eng Mater S.* 2008 Dec;15:452-58.
11. Mendonça PTR. *Materiais Compostos & Estruturas-Sanduiche.* Barueri: Manole; 2005. 656 p.
12. Bower MV. *Composite Materials.* Huntsville: University of Alabama; 2000. 115 p.
13. Isoldi LA. *Análise Estática e Dinâmica de Estruturas Delgadas de Materiais Compostos Laminados Incluindo Materiais Piezelétricos.* Tese de Doutorado. Porto Alegre. Universidade Federal do Rio Grande do Sul; 2008. 197 p.
14. Nakasone Y, Yoshimoto S, Stolarski TA. *Engineering Analysis with ANSYS software.* New York: Elsevier; 2006. 456 p.
15. Ansys®. *Theory manual.* 2010.
16. Bejan A. *Shape and structure, from engineering to nature.* Cambridge: Cambridge University Press; 2000. 364 p.
17. Bejan A, Lorente S. *Design with Constructal theory.* Hoboken: John Wiley & Sons; 2008. 552 p.
18. Bejan A, Zane JP. *Design in nature: how the Constructal law governs evolution in biology, physics, technology, and social organization.* New York: Doubleday; 2012. 304 p.